

教育部 112 年公費留學考試試題 115

科目：工程數學

(全二頁，第一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

1. (10%) Find the solution of the following ordinary differential equation.

$$y''' - y'' - y' + y = 4e^x, \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(0) = -1.5.$$

2. (15%) The response,  $y$ , of a damped mass-spring system subjected to an external load,  $f(t)$ , is governed by the following differential equation.

$$y'' + 5y' + 6y = f(t) \quad \text{with } y(0) = y'(0) = 0,$$

where  $t$  is time. The external load is further described by the following equation.

$$f(t) = \delta(t - 2) + \delta(t - 2.5),$$

where  $\delta(t)$  is the unit impulse function. Find (a)  $y$  as function of  $t$  and (b) the maximum response as well as the time of the maximum response.

3. (10%) Find (a) the eigenvalues and eigenvectors of the following matrix, and (b) the value of  $a$  and  $b$  if the following matrix is an orthogonal matrix.

$$\begin{bmatrix} a & b & 0 \\ 2b & a & 2b \\ 0 & b & a \end{bmatrix}$$

4. (10%) The directional derivatives of two continuous functions  $f$  and  $g$  in the direction of  $a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$  are  $a + b + c$  and  $ax + by + cz$ , respectively, where  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Given  $H = fg$  and  $h = f/g$ , evaluate the following expressions.

(a)  $\frac{1}{f}(\nabla H - g^2 \nabla h)$

(b)  $\nabla^2 H - 2\nabla \cdot (\nabla f \times \nabla g)$

5. (10%) Evaluate the following integrals.

(a)  $\oint_{C_1} \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{r}'(s) ds$ , oriented clockwise and  $\mathbf{F}_1 = yz\mathbf{i} + 2xz\mathbf{j} + 3xy\mathbf{k}$ ,

(b)  $\iint_{S_1} \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{n} dA$ ,  $\mathbf{F}_2 = x^2\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} - 2xz\mathbf{k}$ ,

where  $C_1$  is the outer perimeter of the union of unit circles with center of  $(0.5, 0)$  and  $(-0.5, 0)$ ,  $\mathbf{r}'$  is the unit tangent vector of  $C_1$ ,  $s$  is the arc length of  $C_1$ ,  $S_1$  is the outer surface of a cylinder defined by  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = 0$ , and  $z = 1$ ,  $\mathbf{n}$  is the outer unit normal vector of  $S_1$ , and  $A$  is the area of  $S_1$ .

(接下頁)

科目：工程數學

(全二頁，第二頁)

6. (20%)

(5%) (a) Find the Fourier series of a periodic function  $f(x)$ , where  $f(x + 2\pi) = f(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \text{ or } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{if } \frac{\pi}{2} < x < \pi \\ -1 & \text{if } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \end{cases}$$

(5%) (b) Find the Fourier transform of  $f(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 1 + e^{-x} & \text{if } 0 < x < 1 \\ e^{-x} & \text{if } x > 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(5%) (c) Represent  $f(x)$  by a Fourier integral.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \\ -0.5 & \text{if } -1 < x < 0 \end{cases}$$

(5%) (d) Evaluate the following complex line integral.

$$\oint_C \frac{2z^2 - 2z - 1}{2z^2 - 5z + 2} dz, \text{ where } C \text{ is the circle } |z| = 1, \text{ counterclockwise}$$

7. (10%) Find the Maclaurin series along with the radius of convergence of the following expression.

$$\int_0^z (\sin(t^2) + \cos(t^2)) dt$$

8. (5%) Comment on the convergence of the following complex power series.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^4 |z| + \tanh^2 |z|}{2|z|^n}, \quad 2 \leq |z| \leq 3.$$

9. (10%) Find three ordinary differential equations obtained from the substitution of  $u = R(r)S(\theta)T(t)$  into the following wave equation.

$$u_{tt} = c^2 \left( u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} \right)$$

(試題隨試卷繳回)

# 教育部 112 年公費留學考試試題 119

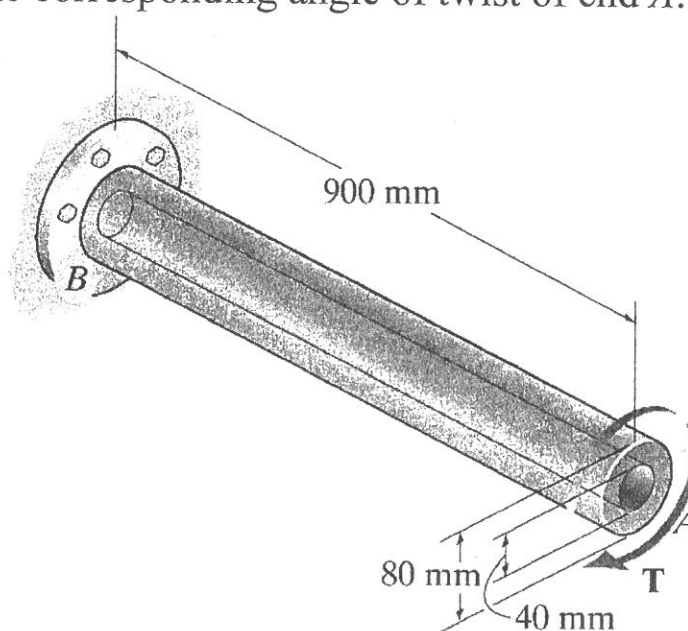
科目：材料力學

(全二頁，第一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備+、-、×、÷、%、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

- 一、(25%) At the point on the free surface of a steel (Young's modulus = 210 GPa, shear modulus = 84 GPa) machine component, the strains measured at angles of  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $90^\circ$  with respect to the x axis were  $+1000\mu$ ,  $+1100\mu$ , and  $+400\mu$ , respectively. Determine
- The principal strains and the maximum shearing strain at the point. (10%)
  - The principal stresses and the maximum shearing stress at the point. (10%)
  - The normal stress on a plane whose outward normal is oriented  $60^\circ$  counterclockwise from the x axis. (5%)
- 二、The Am1004-T61 magnesium (shear modulus = 18 GPa) tube is bonded to the A-36 steel (shear modulus = 75 GPa) rod. If the allowable shear stresses for the magnesium and steel are  $(\tau_{\text{allow}})_{\text{magnesium}} = 45 \text{ MPa}$  and  $(\tau_{\text{allow}})_{\text{steel}} = 75 \text{ MPa}$ , respectively, determine the maximum allowable torque that can be applied at A. Also, find the corresponding angle of twist of end A. (25%)



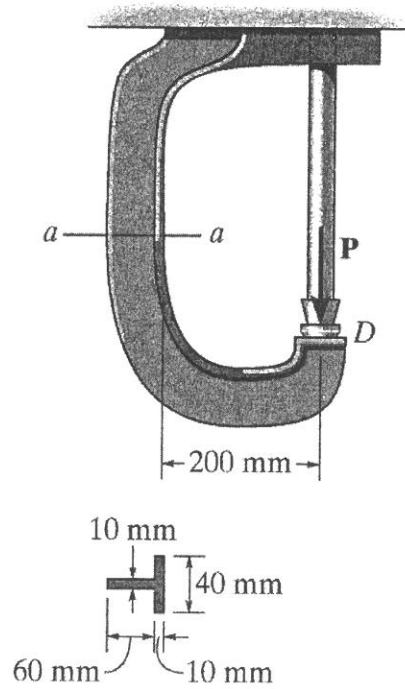
(接下頁)

# 教育部 112 年公費留學考試試題 119

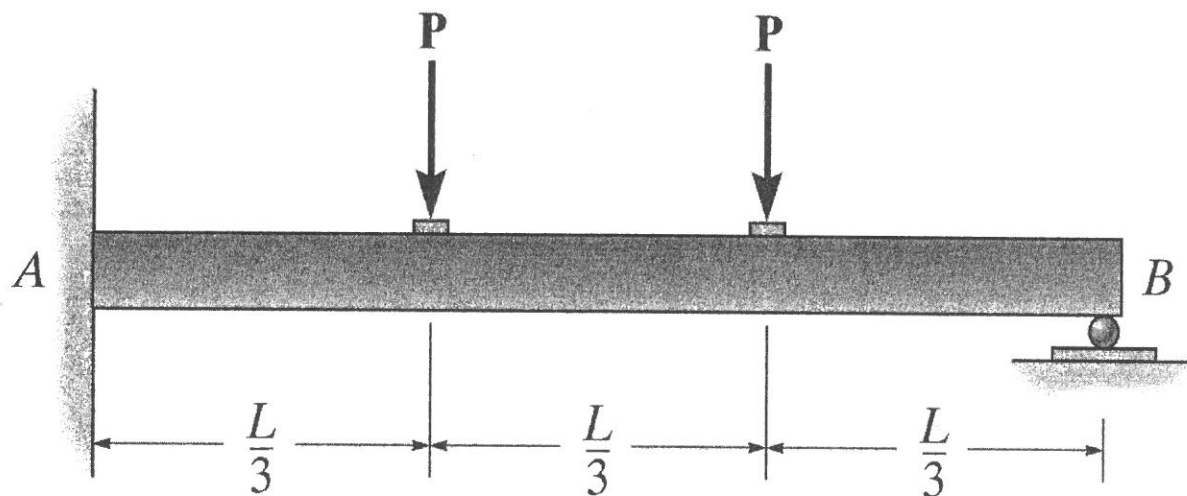
科目：材料力學

(全二頁，第二頁)

- 三、 The C-frame is used in a riveting machine. Determine the maximum ram force  $P$  that can be applied to the clamp at  $D$  if the allowable normal stress for the material is  $\sigma_{allow} = 180 \text{ MPa}$ . (25%)



- 四、 Using the moment-area method, determine the reactions at the supports  $A$  and  $B$ , then draw the shear and moment diagrams. Assume the flexural rigidity ( $EI$ ) is constant. (25%)



(試題隨試卷繳回)

# 教育部 112 年公費留學考試試題

120

科目：熱力學及流體力學

(全一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備+、-、×、÷、%、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)。

- 一、考慮一布雷登循環中，壓縮機的入口壓力為 0.1 MPa，溫度為 15 °C；壓縮機的出口壓力為 1.0 MPa 及該循環的最高溫度為 1100 °C。空氣在渦輪機膨脹至某壓力時，使渦輪機的輸出功等於壓縮機的輸入功。當空氣離開渦輪機時，就進入噴嘴，以可逆絕熱過程膨脹至 0.1 MPa；噴嘴的出口斷面積為 0.08 m<sup>2</sup>。試求空氣離開噴嘴的速度及總比推力(Gross specific thrust)。空氣的等壓比熱為 1.0035 kJ/(kg K)，氣體常數為 0.287 kJ/(kg K)。(30 分)
- 二、考慮活塞-氣缸裝置內有空氣，氣缸上方裝有活塞，活塞上則置放著重物。空氣的初始壓力為 200 kPa、初始體積為 0.04 m<sup>3</sup> 及初始溫度為 20 °C。氣缸下方加熱，使氣缸對外作功 4 kJ。求空氣的末溫度及加熱量。空氣的等壓比熱為 1.0035 kJ/(kg K)，氣體常數為 0.287 kJ/(kg K)。(20 分)
- 三、無黏性不可壓縮均勻流經過一圓柱，已知流函數 $\psi$ 如下：
$$\psi = V_{\infty} \left( r - \frac{R^2}{r} \right) \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$
其中  $V_{\infty}$  是均勻流速度(水平方向)； $r$  是徑向； $\theta$  是切線方向； $R$  是圓柱半徑； $\Gamma$  是流體環量。試求作用於圓柱每單位長度的升力。(25 分)
- 四、某實驗室之風洞測試區的橫斷面為正方形，邊長為 300 mm。假設空氣為標準大氣狀態，空氣流經風洞。在兩斷面 a 與 b 分別量測邊界層內的速度分布，可求出位移厚度。斷面 a 的自由流速度為  $V_a = 25$  m/s，位移厚度  $\delta_a^* = 1.4$  mm。斷面 b 位於斷面 a 的下游，位移厚度  $\delta_b^* = 2.0$  mm。試寫出假設，並求斷面 a 與斷面 b 之間的靜壓變化，表示為斷面 a 的自由流動壓函數，並以百分比呈現。(25 分)

(試題隨試卷繳回)

# 教育部 112 年公費留學考試試題 121

科目：控制學

(全二頁，第一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備+、-、×、÷、%、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

1. (25%)

Derive the transfer function  $\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$  of the following op-amp circuit. (15%)

Roughly sketch the gain and phase plots. (10%)

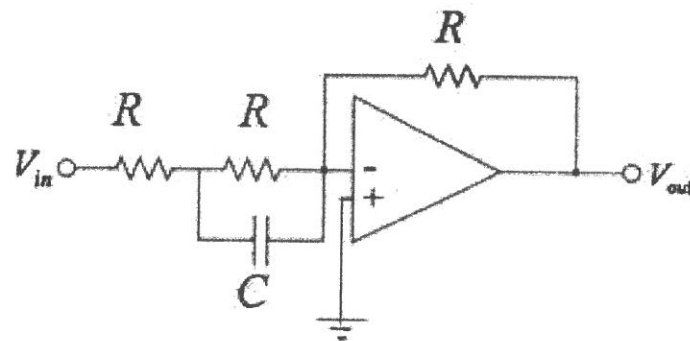


Fig. 1

2. (25%) For the control system in Fig. 2,

(1) determine the system type, and the  $K_p$ ,  $K_v$  constants, (6%),

(2) as  $K$  varies from zero to infinity, plot the closed-loop poles on the  $s$  plane (7%), and

(3) compute the gain  $K$  so that the closed-loop system has a step response with an overshoot of 10%. (You may want to use the  $M_p(\%) - \zeta$  plot given in Fig. 3.) What is the settling time corresponding to such a design? (12%)

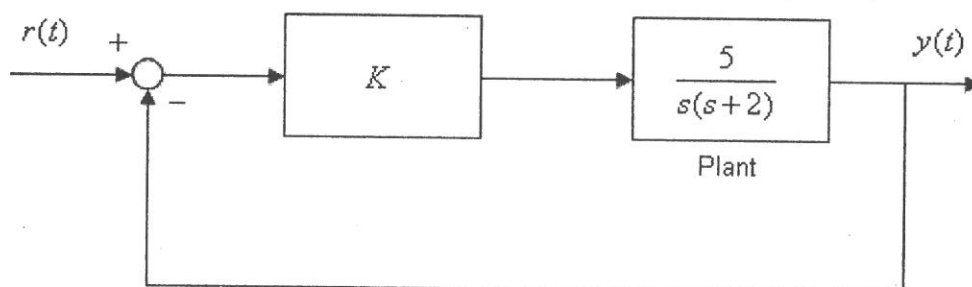


Fig. 2

(接下頁)

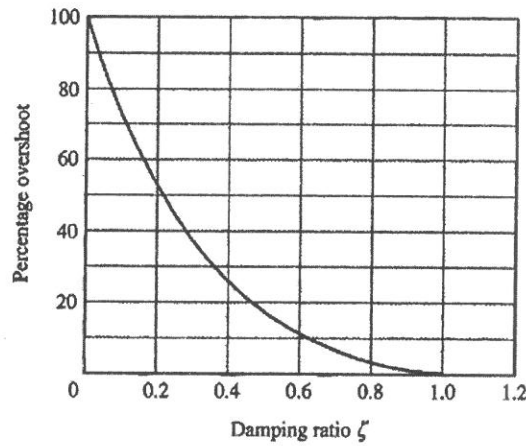


Fig. 3

3. (25%) Plot the Nyquist plot of  $G(s) = \frac{s+1}{s^2}$ . (12%) Use the Nyquist criterion to determine stability for the closed-loop system  $M(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$ . What are the phase margin and the gain margin? (13%)

4. (25%) A control system is shown in Fig. 4. (a) What kind of controller is used if (i)  $z > 0.1$  (ii)  $z = 0.1$  (iii)  $0 < z < 0.1$ ? (6%) (b) What is the range of  $z$  that can make the closed-loop system stable? (8%) (c) How do the closed-poles vary as  $z$  changes from 0 to  $\infty$ ? Roughly plot the corresponding root locus. (11%)

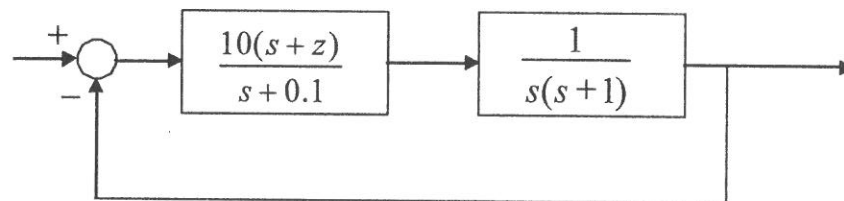


Fig. 4

(試題隨試卷繳回)

# 教育部 112 年公費留學考試試題

124

科目：生理學

(全一頁)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

- 一、(總分 20 分)粒腺體(mitochondria)是細胞的能量工廠，在調節細胞功能之恆定扮演關鍵角色，根據這個特點，請回答下列問題：
  - (一) 何謂 mitochondrial dynamic？調控分子機轉為何？(10 分)
  - (二) 若粒腺體發生損傷，細胞有何修復機制？其機轉為何？(10 分)
- 二、(總分 25 分)神經系統可透過調節離子通道的活性來維持心臟的生理，根據這個特點，請回答下列問題：
  - (一) 神經系統如何調節 pacemaker cell 的節律性，以調整心跳速率。(15 分)
  - (二) 神經系統在心衰竭的病程發展中扮演什麼角色？(10 分)
- 三、(總分 20 分)肝臟是人體代謝脂質的重要器官，根據這個現象，請回答下列問題：
  - (一) 肝臟如何維持人體脂質代謝的恆定。(10 分)
  - (二) 非酒精性脂肪肝病發展過程中，肝臟中的脂質代謝會發生什麼變化？(10 分)
- 四、Estrogen 可以促進女性第一、第二性徵的發育成熟，並與身體各器官功能的恆定息息相關，根據這個重要生理功能，請回答下列問題：女性更年期時，為何發生骨質疏鬆症機率較高？(10 分)
- 五、自體免疫性疾病是免疫系統意外攻擊自己的身體而造成器官功能受損，導致疾病的發生。根據這個觀察，請回答下列問題：T helper 17 cell and regulatory T cell 在自體免疫性疾病扮演何種角色？(10 分)
- 六、(總分 15 分)心血管事件的發生是慢性腎臟疾病病患的主要死因，根據這個臨床上的觀察，請回答下列問題：
  - (一) 在正常的生理狀況下，腎臟的功能為何？(5 分)
  - (二) 腎臟功能受損為何影響心血管系統功能？(10 分)

(試題隨試卷繳回)



教育部 112 年公費留學考試試題 125

科目：微積分

(全二頁，第一頁)

一、(總分 20 分)極限值求解

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x - \tan 5x^2}{x^2} = ?$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 1/x}{1 + 2/x} \right)^{1/x} = ?$$

二、(總分 10 分)  $p(x)$  與  $q(x)$  為兩連續可微分函數，兩函數關係為

$$\frac{dp(x)}{dx} = -q(x), \quad \frac{d^2 p(x)}{dx^2} = p(x)。若函數  $r(x)$  滿足  $r(x) = p^2(x) - q^2(x)$ ，如果$$

$$r(4) = -8, \quad \text{則 } r(-4) \times r(8) = ?$$

三、(總分 10 分)求解雙重積分  $\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{4}{(2 + x^2 + y^2)^2} dx dy$

四、(總分 10 分)函數  $f_1(x) = 3x - x^2$  與函數  $f_2(x) = 2x$  所圍成區域記為  $A$ 。今區域  $A$  繞著  $x = 1$  軸線旋轉一圈所產生之實體體積值為何？

五、(總分 10 分)平面一曲線，曲線上座標點記為  $(x, y)$ ， $x, y$  分別為變數  $t$  之函數，記為  $x(t) = \ln(\sec t + \tan t)^2 - 2 \sin t$ ， $y(t) = 2 \cos t$ ，請求解曲線於  $0 \leq t \leq \pi/3$  區間之長度數值為何？

六、(總分 10 分)請引用級數技巧，求解  $\int_0^1 x^{0.5} \sin x^3 dx$  之近似值，使得近似值與實際值在  $10^{-6}$  誤差範圍內。

(接下頁)

教育部 112 年公費留學考試試題 125

科目：微積分

(全二頁，第二頁)

七、(總分 15 分) 假設函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中  $a, b, c, d$  為未知參數。  
若  $f(x)$  於  $x = 3$  時，為區域最大值(local maximum)，於  $x = -1$ ，為區域最小值(local minimum)，且反曲點(inflection point)座標於點  $(1, f(1))$  位置，且  $f(3) + f(-1) = 28$ 。請問函數  $f(x)$  是否存在？若存在， $a, b, c, d$  之間關係應為何？若  $f(0)$ ， $a + b + c + d = ?$

八、(總分 15 分) 心形(cardioid)曲線 A，A 方程式表示為

$$x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} + x = 0 \text{ 與另一曲線 B，B 方程式表示為 } x^2 + y^2 - 1 = 0。$$

請求解 A 與 B 兩曲線相交重疊面積數值為何？

(試題隨試卷繳回)