

教育部 114 年公費留學考試試題 113

科目：熱力學

(全二頁，第一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※繪圖不可使用黑色或藍色以外之其他色筆。

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

一、(總分 20 分)

(a) Compare the work done in two processes, where pressure change is from P_1 to P_2 : one is reversible and isothermal process, and another is adiabatic and reversible process. (14 分)

(b) Draw the P-V diagram for these two processes, where pressure change is from P_1 to P_2 . (6 分)

二、(總分 20 分)

(a) Can you plot the “Carnot cycle” in P-V diagram? Express operating conditions, like isothermal or adiabatic processes, for each process. (6 分)

(b) What is the definition of “Efficiency”? Can you show the efficiency of the Carnot cycle in “Temperature”? (14 分)

三、(總分 20 分) Calculate the entropy change for one mole water was vaporized in the closed system for reversible and irreversible processes. The initial temperature is at T , outside pressure is P_{ext} , and the pressure change is ΔP .

四、(總分 20 分) Three allotropes α , β , and γ of certain element are in equilibrium at this trip point (Fig. 1). It is known that

$$V^\gamma < V^\alpha \text{ and } S^\gamma < S^\beta$$

Determine which regions of the diagram are α , β and γ . Explain your reason.

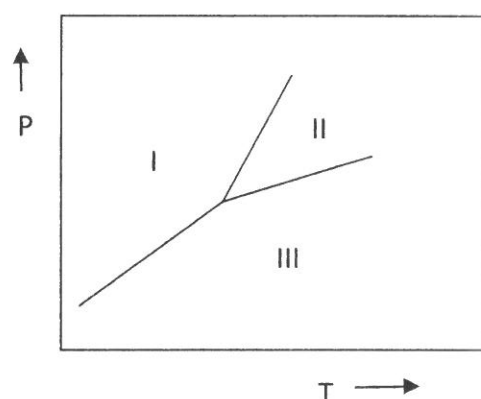


Fig. 1 Schematic pressure-temperature phase diagram for a one-component system in the vicinity of its triple point. All phase are solids.

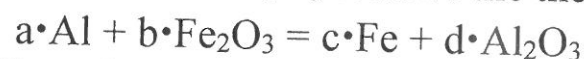
(接下頁)

教育部 114 年公費留學考試試題 113

科目：熱力學

(全二頁，第二頁)

五、(總分 20 分) A mixture of Al and Fe_2O_3 follows the thermal reaction



and this reaction is allowed to process to completion.

- (a) Please determine the stoichiometric numbers: a, b, c and d. (4 分)
- (b) If this reaction is placed in the adiabatic container at 2000 K, please illustrate the diagram of relationship of H and T. (6 分)
- (c) Express the ΔH for this reaction at 2000 K. You can assume any parameters used in this expression for ΔH . The melting points of Al and Fe_2O_3 are at 660 and 1566 °C, respectively. (10 分)

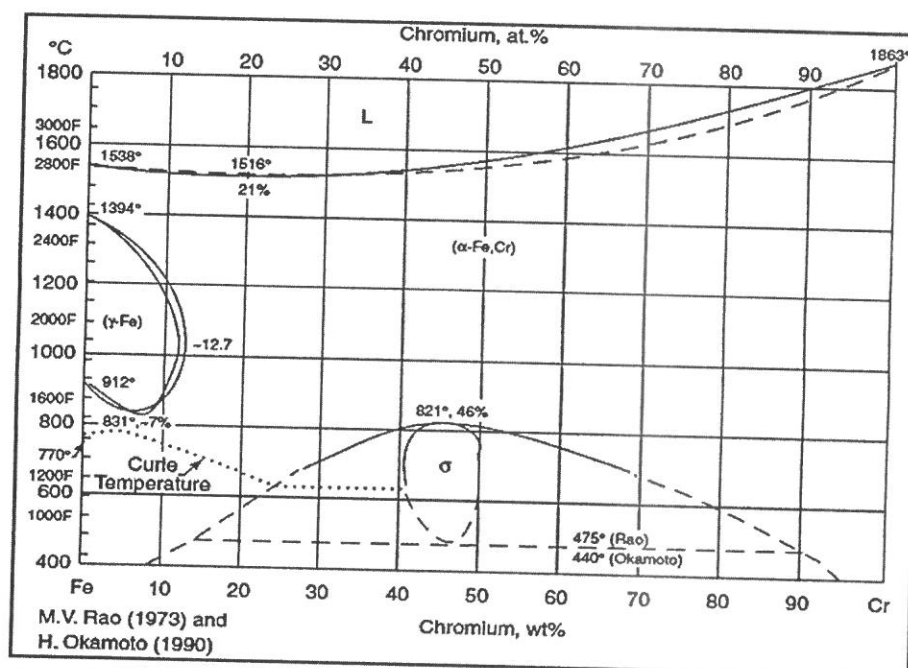


Fig.2 Phase diagram of the Fe-Cr binary system.

(試題隨試卷繳回)

教育部 114 年公費留學考試試題 114

科目：普通物理及普通化學

(全三頁，第一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

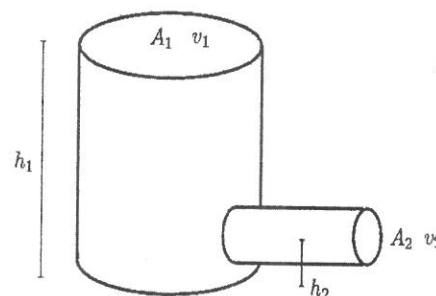
※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

一、(總分 12 分)垂直和水平管徑的截面積分別為 $A_{1,2}$ ，高度 $h_{1,2}$ ，壓力 $p_{1,2}$ ，密度 ρ 的液體以速度 $v_{1,2}$ 流經其間。

(一) 將流速 v_2 表示為 A_1 ， A_2 ，和 v_1 的形式。(4 分)

(二) 在時間 dt 下，壓力和重力分別做了多少功？動能變化為何？(4 分)

(三) 在時間 dt 下，考慮 $p_1 = p_2$ ， $v_1 = 0$ 情況，利用機械能量守恆，將 v_2 表示為 g ， h_1 和 h_2 的形式。(4 分)

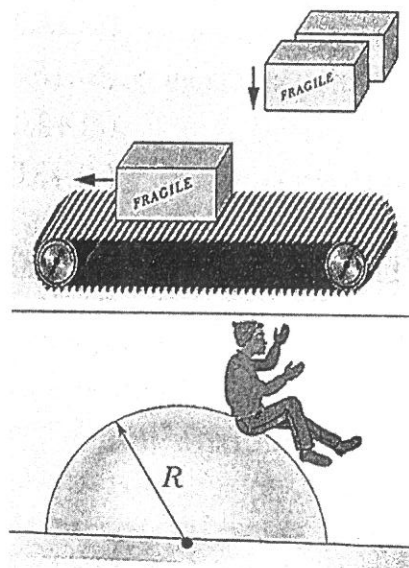


二、(總分 12 分)

(一) 質量為 m 的包裹垂直輕放在固定速度 v 的水平輸送帶上，最終包裹會被帶動，也就是得到同樣的水平速度，請問輸送帶需要做多少功？(4 分)

(二) 男孩從半徑 R 的光滑半球形冰塊上端靜止下滑，他的屁股在距離地面多高處脫離冰塊？(4 分)

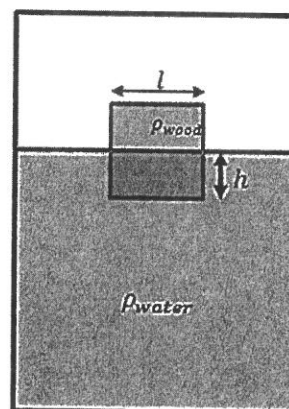
(三) 承上題，考慮冰塊和男孩的動摩擦係數 μ_k ，(二)答案會怎麼變？(4 分)



三、(總分 10 分)

(一) 邊長 l 的木方塊浮在盛水的半徑 R 圓柱容器內，如果輕拍木塊，讓它上下振動，請找出簡諧週期。用 ρ_1 和 ρ_2 表示木塊和水的質量密度。(5 分)

(二) 如果將用手用力揉皺過的鋁箔紙團丟進盛水容器，會發現大約一半的紙團浮在水面，這很奇怪，因為鋁塊密度比水高。請據以估計鋁箔紙團內部有多少空氣？(5 分)

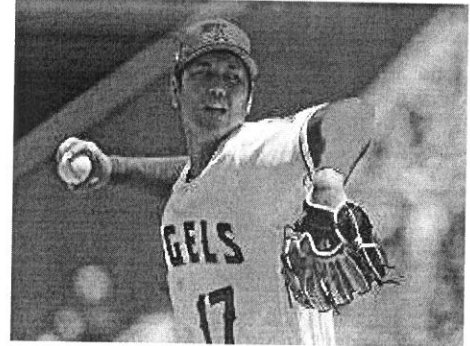


(接下頁)

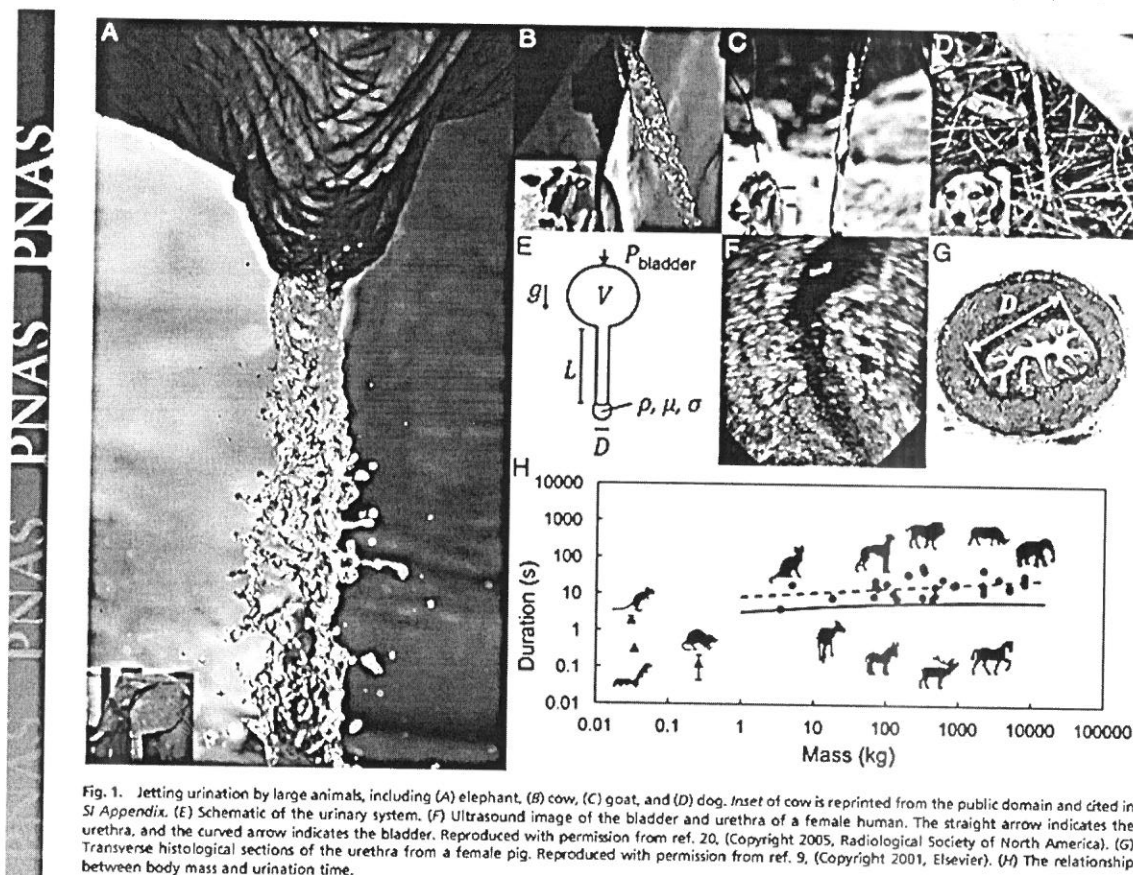
科目：普通物理及普通化學

(全三頁，第二頁)

- 四、棒球相對於空氣移動時，會受到和球速 v 反向的風阻 (drag)。低速時，已知 F_{drag} 跟 v 、空氣的黏滯 (viscosity) 係數 μ ，以及球半徑 r 三個參數有關，亦即 $F_{\text{drag}} \approx \mu^\alpha v^\beta r^\epsilon$ 。已知 μ 的定義為 $\frac{F}{A} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}$ ，其中面積 A 的液體上表面，受到水平力 F 的驅動而流動，隨著深度 y ，液體流速 u_x 變慢的程度便反映出液體的黏稠程度。請利用單位分析，要求公式兩邊的長度、質量和時間單位的冪次相同，來決定 α, β, ϵ 這三個未知數。(8 分)



- 五、在一篇 2014 發表在美國國家科學院院刊的文章¹，科學家發現哺乳類動物撒泡尿所費的時間大致和它的重量無關 (見附圖的 H 表)，也就是說大象上一次廁所需要的時間和蝙蝠差不多。請建構一個模型來解釋這個現象。(8 分)



¹ P. J. Yang, J. Pham, J. Choo, and D. L. Hu, Duration of urination does not change with body size, PNAS 111, 11932 (2014)

(接下頁)

教育部 114 年公費留學考試試題 114

科目：普通物理及普通化學

(全三頁，第三頁)

六、 The pH measured with a glass electrode follows the Nernst equation. At 25.00 °C, the response of a pH meter can be expressed as: $E_{\text{meas}} = E_{\text{ref}} + 0.05916 \text{ pH}$ where E_{ref} includes the reference electrode potential and all other cell potentials unrelated to hydrogen ion concentration.

Assume that $E_{\text{meas}} = 0.480 \text{ V}$ and that $E_{\text{ref}} = 0.250 \text{ V}$.

Determine the uncertainty in pH and $[\text{H}^+]$ if the measured potential has an uncertainty of $\pm 1 \text{ mV}$ ($\pm 0.001 \text{ V}$). (20 分)

七、 (總分 18 分) For each of the following molecules, do the following: (i) Draw the Lewis structure; (ii) Predict the molecular geometry (shape); (iii) Identify the expected hybridization of the central atom.

a) CF_4 (9 分)

b) SO_2 (9 分)

八、 At a certain temperature, 8.1 moles of NO_2 gas are placed in a 3.0 L container. The gas undergoes the following decomposition reaction:



At equilibrium, the concentration of $\text{NO}(\text{g})$ is found to be $1.4 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Calculate the equilibrium constant K for this reaction. (12 分)

科目：工程數學

(全二頁，第一頁)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

※可使用工程計算機(限僅具備 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

一、(20 分)

In the following equation, p means dy/dx . Given that $y = p^2 + 2xp$, show by differentiating with respect to x that $\frac{dx}{dp} = -2 - \frac{2x}{p}$. Hence show that

$$x = -\frac{2}{3}p + Ap^{-2}, \text{ where } A \text{ is a constant.}$$

Find y in terms of x if $p = -3$ when $x = 2$.

二、(20 分)

Solve the following ordinary differential equations by using Laplace transform.

$$y'' + 4y' = \cos(t - 3) + 4t, \quad y(3) = 0, \quad y'(3) = 7.$$

三、(20 分)

Suppose heat is lost from the lateral surface of a thin rod of length L into a surrounding medium at temperature zero. If the temperature distribution follows

$$\text{the equation } k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - hu = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < L, t > 0,$$

where k, h are constants. Find the temperature distribution $u(x, t)$ if the initial temperature is $f(x)$ throughout, and the ends $x = 0$ and $x = L$ are insulated.

科目：工程數學

(全二頁，第二頁)

四、(總分 20 分)

Consider the function $f(x, y) = x^3 - y^3$, and answer the following questions.

- (a) Find the direction in which $f(2, -2)$ decreases most rapidly. (6 分)
- (b) Find the minimum value of $D_v f(2, -2)$, in which $D_v f$ means directional derivative. (6 分)
- (c) Name two examples relevant to the concept of the question in daily life. (8 分)

五、(總分 20 分)

Let $\underline{\underline{A}}$ be the coefficient matrix of the system of linear equations.

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 = -1 \end{cases}$$

- (a) Solve the system by finding the inverse matrix $\underline{\underline{A}}^{-1}$. (10 分)
- (b) Let $\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ be the solution of the system obtained in part (a).

Calculate and simplify $\underline{\underline{A}}^{2017} \underline{x}$. (10 分)

(試題隨試卷繳回)

科目：船舶力學

(全二頁，第一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

某船舶初始靜止平浮於水中，水的密度為 ρ ，船長為 L ，船寬為 B ，水線面為矩形，水線下船體橫剖面面積曲線 $SAC(x)$ 如下式所示：

$$SAC(x) = A_M \cos(\pi x/L) \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$

其中 x 為船長方向座標， A_M 為船舫的船體橫剖面面積。該船舶輕船狀態下船體質量分布 $H(x)$ 與船舶載重質量分布 $W(x)$ 分別如下式所示：

$$H(x) = \rho H_0 \cos(\pi x/L) \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$

$$W(x) = \rho W_0 |\sin(2\pi x/L)| \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$

其中 H_0 與 W_0 皆為常數；同時重心與浮心的垂直位置相同。該船舶扶正力臂在橫傾角小於 15° 的條件下，與橫傾角呈現線性關係；當船舶遭受風力作用時，風力造成的橫傾力臂為船舶初始定傾高的 $1/10$ 。該船舶的跡流係數 ω 以及推減係數 t 與稜形係數 C_p 的關係分別如下式所示：

$$\omega = 0.7C_p - 0.18$$

$$t = 0.5C_p - 0.12$$

該船舶螺槳的無因次推力係數 K_T 以及無因次轉矩力係數 K_Q 與前進係數 J 的關係分別如下式所示：

$$K_T = 0.7 + 0.3J - J^2$$

$$10K_Q = 0.5 - 0.5J - J^2$$

請根據上述船舶條件，回答下列問題：

一、試求出船舶的排水體積以及稜形係數。(10 分)

二、試求出 A_M 、 H_0 與 W_0 三者間的關係。(10 分)

三、試求出船舫位置的剪力。(10 分)

四、試求出船舫位置的彎矩。(10 分)

(接下頁)

科目：船舶力學

(全二頁，第二頁)

五、若 $\pi B^2 = A_M$ ，試求出船舶初始定傾高。(10 分)

六、試求出在該風力條件下的穩定靜平衡角。(10 分)

七、試求出在該風力條件下的動平衡角。(10 分)

八、若船速為 15 節、螺槳直徑為 5.75 m 以及螺槳轉速為 120 RPM，螺槳單獨試驗時螺槳轉矩為自推情況下螺槳轉矩的 110%，試求出船舶準推進效率。(10 分)

九、若船舶的平擺運動可以使用下式描述，其中 r 為平擺運動角速度、 I 為平擺運動慣性矩、 N 為平擺運動阻尼、 M 為單位舵角變化產生的平擺力矩、 δ 為舵角，試求出船舶直線運動穩定性的條件。(10 分)

$$I\dot{r} + Nr = M\delta$$

十、試說明改善船體振動的方法。(10 分)

教育部 114 年公費留學考試試題 121

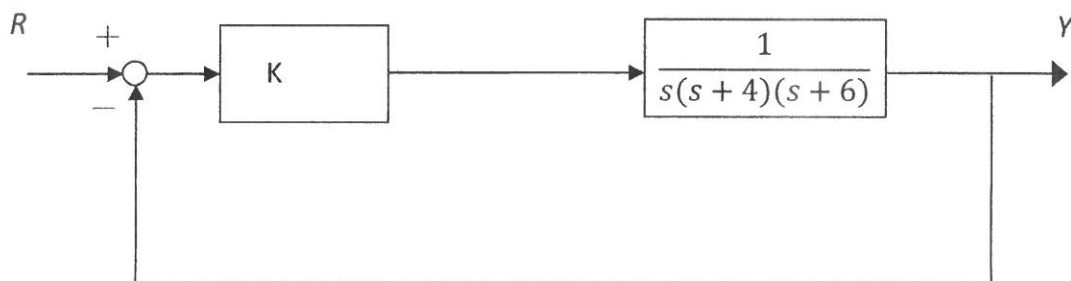
科目：控制學

(全二頁，第一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

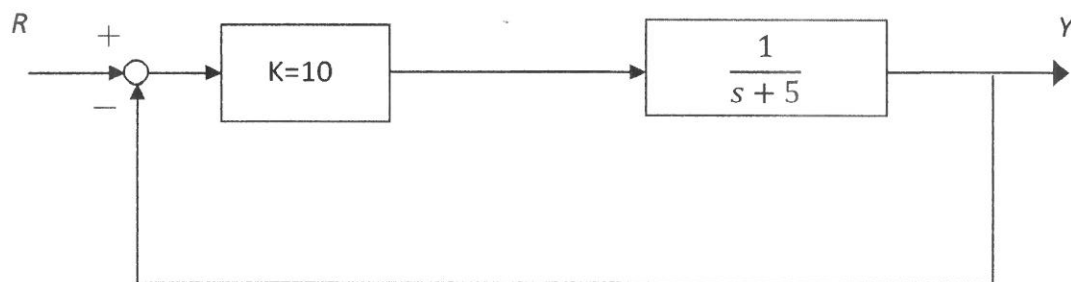
1. (25%) In a certain application, it was decided that complex conjugate roots for the closed loop systems should not be allowed, in order to avoid oscillatory behavior. Find the maximum gain $K > 0$ for which all roots are real. (15%) For the gain, write the differential equation that relates the system output response $y(t)$ to the command $r(t)$. (10%)



2. (25%) A feedback system has open loop transfer function as follows.

$$\frac{K}{s(s^2 + 4s + 8)}$$

- (i) Find the departure angles from the complex poles as K increases from zero. (15%)
- (ii) Find the points where the root locus crosses the vertical line through -1 in the complex plane (the line $s = -1 + i\omega$ for all ω). What is the gain when the locus crosses this line. (10%)
3. (25%) Find the steady state response of this system to command $r(t) = \cos t$. What is the amplitude of the response (15%), how much does the response lag behind the command? (10%)

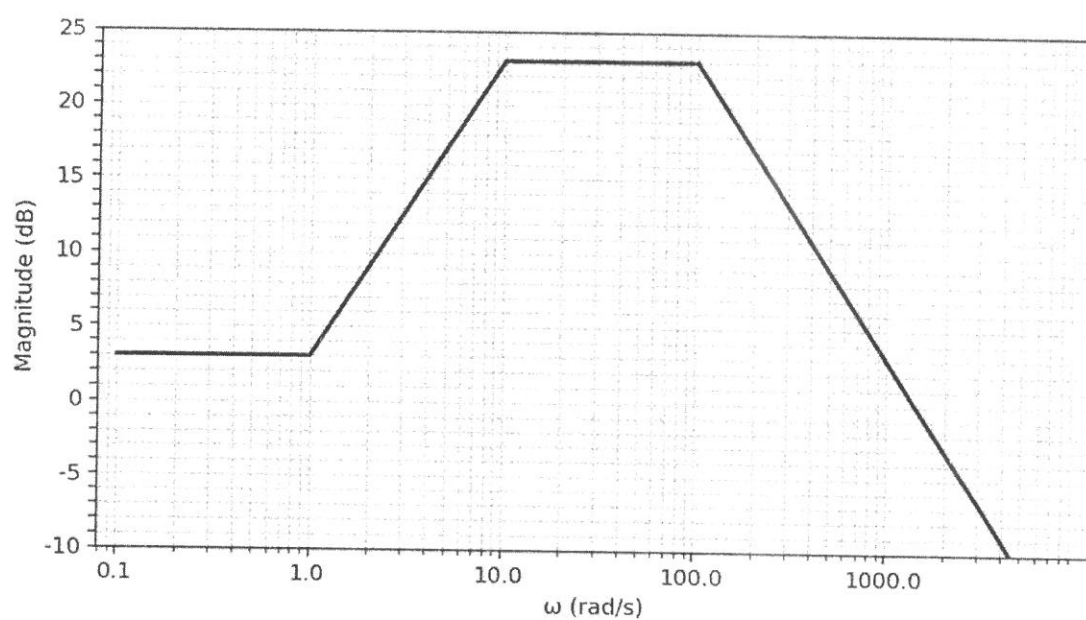


(接下頁)

科目：控制學

(全二頁，第二頁)

4. The log magnitude Bode plot of a transfer function can be approximated by the below straight line plot. What is the transfer function? (25%)



(試題隨試卷繳回)

教育部 114 年公費留學考試試題 123

科目：工程數學

(全一頁)

※可使用工程計算機(限僅具備 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 $\%$ 、 $\sqrt{\quad}$ 、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

1. Evaluate the integral. (25%)

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

2. (25%)

(a) Find the Fourier series of the periodic function $f(t)$, where $f(t) = |t|$ for $-\pi < t < \pi$, and $f(t + 2\pi) = f(t)$ for all t . (15%)

(b) Using the result in (a) to evaluate the series (10%)

$$\sum_{\substack{n=1 \\ n=\text{odd numbers}}}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots$$

3. Find the solution $y(t)$ of the initial value problem

$$4y''(t) + 4y'(t) + 17y(t) = g(t), \quad y(0) = y'(0) = 0$$

using Laplace transform, where $g(t)$ is a continuous function. (25%)

4. Solve the matrix equation $X^2 - 5X + 3I = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$, where I is the 2×2 identity matrix. What is the matrix X ? (Hint: There are four possible 2×2 X 's) (25%)

(試題隨試卷繳回)

教育部 114 年公費留學考試試題 124

科目：生理學

(全一頁)

※請以中文作答

- 一、繪圖說明上皮的運輸 (epithelial transport) 模式。(15 分)
- 二、說明鈣離子在人體生理上所扮演的角色。(10 分)
- 三、說明神經元如何控制骨骼肌細胞收縮的分子機轉。(15 分)
- 四、說明心臟週期 (cardiac cycle) 與瓣膜的關係，第一心音與第二心音在何時出現?(15 分)
- 五、說明人體的血流是如何由腎動脈 (renal artery) 進入腎元 (nephron) 而形成尿液的過程?(15 分)
- 六、(總分 30 分) 名詞解釋：
 - (一) Tonicity (5 分)
 - (二) Osmolarity (5 分)
 - (三) Brush border (5 分)
 - (四) Vital capacity (5 分)
 - (五) Ejection fraction (5 分)
 - (六) Net glomerular filtration pressure (5 分)

(試題隨試卷繳回)

科目：微積分

(全一頁)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

※禁用計算機；答題務必附上計算和推導過程。

一、(總分 20 分)求極限值。

(一) 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x-1} = 6$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf^2(x)-3xf(x)+2f(x)-6}{x^2-3x+2}$ (5 分)

(二) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \sin(k\pi/n)$ (5 分)

(三) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\int_0^{x^2} \cos(\sqrt{t})e^{t^2} dt - \int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{t})e^{t^2} dt}{x-\pi}$ (5 分)

(四) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{2n} x \sin(1/x^2) dx$ (5 分)

二、(總分 20 分)極值問題。

(一) 求函數 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 6y + 4$ 在頂點為 $(0,0)$, $(-4,4)$ 和 $(4,4)$ 的三角形區域上(含邊界)的絕對極值。(10 分)(二) 平面 $x + y + 2z = 2$ 交拋物面 $z = x^2 + y^2$ 成一橢圓。求此橢圓上距原點最遠點和最近點之座標。(10 分)三、(總分 20 分)令 $A > 0$ ， $\mu \in \mathbb{R}$ 。(一) 證明 $\int_0^\infty x^k e^{-A(x-u)^2} dx$ 收斂，若 $k > -1$ 。(10 分)(二) 計算 $\int_0^\infty e^{-Ax^2} dx$ 和 $\int_{-\infty}^\infty x e^{-A(x-\mu)^2} dx$ 的值。(10 分)

四、(總分 40 分)回答下列各題。

(一) 求同時落在曲線 $r = 4\sin\theta$ 和 $r = 2$ 內部區域的區域面積。(10 分)(二) 計算 $\iint_R \cos \frac{x-2y}{x+2y} dA$ ，其中 R 是頂點為 $(2,0)$, $(4,0)$, $(0,1)$ 和 $(0,2)$ 的四邊形區域。(10 分)(三) 計算 $\iiint_E (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} dV$ ， E 為位於曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 上方並介於球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 和 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 之間的區域。(10 分)(四) 令 $F(x, y) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ 若 $x^2 + y^2 \neq 0$ 。計算 $\oint_C F \cdot dr$ ，其中 C 為一個逆時鐘簡單封閉曲線 (positively oriented simple closed curve) 且原點落在 C 所圍成區域的內部。(10 分)