教育部 113 年公費留學考試試題 113

科目：熱力學 **（全四頁，第一頁）**

※可使用工程計算機(限僅具備＋、－、×、÷、% 、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文回答均可，評分基準相同。

一、(總分 30 分)

(a) What is the total energy of a substance? Identify the different forms of energy which constitute the total energy. (6 分)

(b) What are the point and path functions? Give one example of physical parameter for each function. (8 分)

(c) What is the difference between saturated liquid and compressed liquid? Please use *P-v* diagram to explain. (8 分)

(d) What is the difference between the critical point and the triple point? Under what kind of conditions of pressure and temperature? (8 分)

二、(總分 30 分)

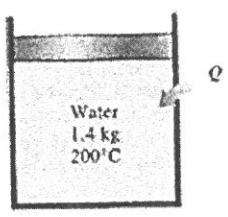
(a) Show that for the polytropic process $PV^n = C$, the boundary work is $W_b = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}$, here 2: the final state, 1: the initial state. (6 分) (b) For an ideal gas under a constant-temperature (isothermal) process, how is the boundary work? (8 分) (c) Starting from the Tds relation, please show the entropy change of ideal gases under the constant-specific-heat assumption. (8 分) (d) For an ideal gas, how is the boundary work under an isentropic process? (8 分)

三、(總分 10 分) The amount of heat 100 kJ is transferred directly from a hot reservoir at 1200 K to a cold reservoir at 600 K.

(a) Calculate the entropy changes of the two reservoirs (5 分) and (b) determine if the increase of entropy principle is satisfied in this process. (5 分)

（接下頁）

四、 (總分 15 分) A piston-cylinder device initially contains 1.4 kg saturated liquid water at 200°C. Now heat is transferred to the water until the volume quadruples (four times) and the cylinder contains saturated vapor only. Determine (a) the volume of the tank at the final state(5 分), (b) the final temperature and pressure (5 分), and (c) the internal energy change of the water. (5 分)



五、 (總分 15 分)

(a) Please discuss if a practical steam power plant is running in a Carnot cycle, and why? (7 分) (b) Please name the basic four processes in a steam power plant. (8 分)

（接下頁）

教育部 113 年公費留學考試試題

科目：熱力學

Saturated water—Temperature table

		Specific volume, m^3/kg		*Internal energy,* kJ/kg			*Enthalpy,* kJ/kg			*Entropy,* kJ/kg·K		
Temp., T °C	Sat. press., P_{sat} kPa	Sat. liquid, v_f	Sat. vapor, v_g	Sat. liquid, u_f	Evap., u_{fg}	Sat. vapor, u_g	Sat. liquid, h_f	Evap., h_{fg}	Sat. vapor, h_g	Sat. liquid, s_f	Evap., s_{fg}	Sat. vapor, s_g
0.01	0.6117	0.001000	206.00	0.000	2374.9	2374.9	0.001	2500.9	2500.9	0.0000	9.1556	9.1556
5	0.8725	0.001000	147.03	21.019	2360.8	2381.8	21.020	2489.1	2510.1	0.0763	8.9487	9.0249
10	1.2281	0.001000	106.32	42.020	2346.6	2388.7	42.022	2477.2	2519.2	0.1511	8.7488	8.8999
15	1.7057	0.001001	77.885	62.980	2332.5	2395.5	62.982	2465.4	2528.3	0.2245	8.5559	8.7803
20	2.3392	0.001002	57.762	83.913	2318.4	2402.3	83.915	2453.5	2537.4	0.2965	8.3696	8.6661
25	3.1698	0.001003	43.340	104.83	2304.3	2409.1	104.83	2441.7	2546.5	0.3672	8.1895	8.5567
30	4.2469	0.001004	32.879	125.73	2290.2	2415.9	125.74	2429.8	2555.6	0.4368	8.0152	8.4520
35	5.6291	0.001006	25.205	146.63	2276.0	2422.7	146.64	2417.9	2564.6	0.5051	7.8466	8.3517
40	7.3851	0.001008	19.515	167.53	2261.9	2429.4	167.53	2406.0	2573.5	0.5724	7.6832	8.2556
45	9.5953	0.001010	15.251	188.43	2247.7	2436.1	188.44	2394.0	2582.4	0.6386	7.5247	8.1633
50	12.352	0.001012	12.026	209.33	2233.4	2442.7	209.34	2382.0	2591.3	0.7038	7.3710	8.0748
55	15.763	0.001015	9.5639	230.24	2219.1	2449.3	230.26	2369.8	2600.1	0.7680	7.2218	7.9898
60	19.947	0.001017	7.6670	251.16	2204.7	2455.9	251.18	2357.7	2608.8	0.8313	7.0769	7.9082
65	25.043	0.001020	6.1935	272.09	2190.3	2462.4	272.12	2345.4	2617.5	0.8937	6.9360	7.8296
70	31.202	0.001023	5.0396	293.04	2175.8	2468.9	293.07	2333.0	2626.1	0.9551	6.7989	7.7540
75	38.597	0.001026	4.1291	313.99	2161.3	2475.3	314.03	2320.6	2634.6	1.0158	6.6655	7.6812
80	47.416	0.001029	3.4053	334.97	2146.6	2481.6	335.02	2308.0	2643.0	1.0756	6.5355	7.6111
85	57.868	0.001032	2.8261	355.96	2131.9	2487.8	356.02	2295.3	2651.4	1.1346	6.4089	7.5435
90	70.183	0.001036	2.3593	376.97	2117.0	2494.0	377.04	2282.5	2659.6	1.1929	6.2853	7.4782
95	84.609	0.001040	1.9808	398.00	2102.0	2500.1	398.09	2269.6	2667.6	1.2504	6.1647	7.4151
100	101.42	0.001043	1.6720	419.06	2087.0	2506.0	419.17	2256.4	2675.6	1.3072	6.0470	7.3542
105	120.90	0.001047	1.4186	440.15	2071.8	2511.9	440.28	2243.1	2683.4	1.3634	5.9319	7.2952
110	143.38	0.001052	1.2094	461.27	2056.4	2517.7	461.42	2229.7	2691.1	1.4188	5.8193	7.2382
115	169.18	0.001056	1.0360	482.42	2040.9	2523.3	482.59	2216.0	2698.6	1.4737	5.7092	7.1829
120	198.67	0.001060	0.89133	503.60	2025.3	2528.9	503.81	2202.1	2706.0	1.5279	5.6013	7.1292
125	232.23	0.001065	0.77012	524.83	2009.5	2534.3	525.07	2188.1	2713.1	1.5816	5.4956	7.0771
130	270.28	0.001070	0.66808	546.10	1993.4	2539.5	546.38	2173.7	2720.1	1.6346	5.3919	7.0265
135	313.22	0.001075	0.58179	567.41	1977.3	2544.7	567.75	2159.1	2726.9	1.6872	5.2901	6.9773
140	361.53	0.001080	0.50850	588.77	1960.9	2549.6	589.16	2144.3	2733.5	1.7392	5.1901	6.9294
145	415.68	0.001085	0.44600	610.19	1944.2	2554.4	610.64	2129.2	2739.8	1.7908	5.0919	6.8827
150	476.16	0.001091	0.39248	631.66	1927.4	2559.1	632.18	2113.8	2745.9	1.8418	4.9953	6.8371
155	543.49	0.001096	0.34648	653.19	1910.3	2563.5	653.79	2098.0	2751.8	1.8924	4.9002	6.7927
160	618.23	0.001102	0.30680	674.79	1893.0	2567.8	675.47	2082.0	2757.5	1.9426	4.8066	6.7492
165	700.93	0.001108	0.27244	696.46	1875.4	2571.9	697.24	2065.6	2762.8	1.9923	4.7143	6.7067
170	792.18	0.001114	0.24260	718.20	1857.5	2575.7	719.08	2048.8	2767.9	2.0417	4.6233	6.6650
175	892.60	0.001121	0.21659	740.02	1839.4	2579.4	741.02	2031.7	2772.7	2.0906	4.5335	6.6242
180	1002.8	0.001127	0.19384	761.92	1820.9	2582.8	763.05	2014.2	2777.2	2.1392	4.4448	6.5841
185	1123.5	0.001134	0.17390	783.91	1802.1	2586.0	785.19	1996.2	2781.4	2.1875	4.3572	6.5447
190	1255.2	0.001141	0.15636	806.00	1783.0	2589.0	807.43	1977.9	2785.3	2.2355	4.2705	6.5059
195	1398.8	0.001149	0.14089	828.18	1763.6	2591.7	829.78	1959.0	2788.8	2.2831	4.1847	6.4678
200	1554.9	0.001157	0.12721	850.46	1743.7	2594.2	852.26	1939.8	2792.0	2.3305	4.0997	6.4302

（接下頁）

Saturated water—Temperature table (*Concluded*)

Temp., T °C	Sat. press., P_{sat} kPa	*Specific volume, m³/kg* Sat. liquid, v_f	Sat. vapor, v_g	*Internal energy, kJ/kg* Sat. liquid, u_f	Evap., u_{fg}	Sat. vapor, u_g	*Enthalpy, kJ/kg* Sat. liquid, h_f	Evap., h_{fg}	Sat. vapor, h_g	*Entropy, kJ/kg·K* Sat. liquid, s_f	Evap., s_{fg}	Sat. vapor, s_g
205	1724.3	0.001164	0.11508	872.86	1723.5	2596.4	874.87	1920.0	2794.8	2.3776	4.0154	6.3930
210	1907.7	0.001173	0.10429	895.38	1702.9	2598.3	897.61	1899.7	2797.3	2.4245	3.9318	6.3563
215	2105.9	0.001181	0.094680	918.02	1681.9	2599.9	920.50	1878.8	2799.3	2.4712	3.8489	6.3200
220	2319.6	0.001190	0.086094	940.79	1660.5	2601.3	943.55	1857.4	2801.0	2.5176	3.7664	6.2840
225	2549.7	0.001199	0.078405	963.70	1638.6	2602.3	966.76	1835.4	2802.2	2.5639	3.6844	6.2483
230	2797.1	0.001209	0.071505	986.76	1616.1	2602.9	990.14	1812.8	2802.9	2.6100	3.6028	6.2128
235	3062.6	0.001219	0.065300	1010.0	1593.2	2603.2	1013.7	1789.5	2803.2	2.6560	3.5216	6.1775
240	3347.0	0.001229	0.059707	1033.4	1569.8	2603.1	1037.5	1765.5	2803.0	2.7018	3.4405	6.1424
245	3651.2	0.001240	0.054656	1056.9	1545.7	2602.7	1061.5	1740.8	2802.2	2.7476	3.3596	6.1072
250	3976.2	0.001252	0.050085	1080.7	1521.1	2601.8	1085.7	1715.3	2801.0	2.7933	3.2788	6.0721
255	4322.9	0.001263	0.045941	1104.7	1495.8	2600.5	1110.1	1689.0	2799.1	2.8390	3.1979	6.0369
260	4692.3	0.001276	0.042175	1128.8	1469.9	2598.7	1134.8	1661.8	2796.6	2.8847	3.1169	6.0017
265	5085.3	0.001289	0.038748	1153.3	1443.2	2596.5	1159.8	1633.7	2793.5	2.9304	3.0358	5.9662
270	5503.0	0.001303	0.035622	1177.9	1415.7	2593.7	1185.1	1604.6	2789.7	2.9762	2.9542	5.9305
275	5946.4	0.001317	0.032767	1202.9	1387.4	2590.3	1210.7	1574.5	2785.2	3.0221	2.8723	5.8944
280	6416.6	0.001333	0.030153	1228.2	1358.2	2586.4	1236.7	1543.2	2779.9	3.0681	2.7898	5.8579
285	6914.6	0.001349	0.027756	1253.7	1328.1	2581.8	1263.1	1510.7	2773.7	3.1144	2.7066	5.8210
290	7441.8	0.001366	0.025554	1279.7	1296.9	2576.5	1289.8	1476.9	2766.7	3.1608	2.6225	5.7834
295	7999.0	0.001384	0.023528	1306.0	1264.5	2570.5	1317.1	1441.6	2758.7	3.2076	2.5374	5.7450
300	8587.9	0.001404	0.021659	1332.7	1230.9	2563.6	1344.8	1404.8	2749.6	3.2548	2.4511	5.7059
305	9209.4	0.001425	0.019932	1360.0	1195.9	2555.8	1373.1	1366.3	2739.4	3.3024	2.3633	5.6657
310	9865.0	0.001447	0.018333	1387.7	1159.3	2547.1	1402.0	1325.9	2727.9	3.3506	2.2737	5.6243
315	10,556	0.001472	0.016849	1416.1	1121.1	2537.2	1431.6	1283.4	2715.0	3.3994	2.1821	5.5816
320	11,284	0.001499	0.015470	1445.1	1080.9	2526.0	1462.0	1238.5	2700.6	3.4491	2.0881	5.5372
325	12,051	0.001528	0.014183	1475.0	1038.5	2513.4	1493.4	1191.0	2684.3	3.4998	1.9911	5.4908
330	12,858	0.001560	0.012979	1505.7	993.5	2499.2	1525.8	1140.3	2666.0	3.5516	1.8906	5.4422
335	13,707	0.001597	0.011848	1537.5	945.5	2483.0	1559.4	1086.0	2645.4	3.6050	1.7857	5.3907
340	14,601	0.001638	0.010783	1570.7	893.8	2464.5	1594.6	1027.4	2622.0	3.6602	1.6756	5.3358
345	15,541	0.001685	0.009772	1605.5	837.7	2443.2	1631.7	963.4	2595.1	3.7179	1.5585	5.2765
350	16,529	0.001741	0.008806	1642.4	775.9	2418.3	1671.2	892.7	2563.9	3.7788	1.4326	5.2114
355	17,570	0.001808	0.007872	1682.2	706.4	2388.6	1714.0	812.9	2526.9	3.8442	1.2942	5.1384
360	18,666	0.001895	0.006950	1726.2	625.7	2351.9	1761.5	720.1	2481.6	3.9165	1.1373	5.0537
365	19,822	0.002015	0.006009	1777.2	526.4	2303.6	1817.2	605.5	2422.7	4.0004	0.9489	4.9493
370	21,044	0.002217	0.004953	1844.5	385.6	2230.1	1891.2	443.1	2334.3	4.1119	0.6890	4.8009
373.95	22,064	0.003106	0.003106	2015.7	0	2015.7	2084.3	0	2084.3	4.4070	0	4.4070

教育部 113 年公費留學考試試題　114

科目：普通物理及普通化學　　（全三頁，第一頁）

※可使用工程計算機(限僅具備＋、－、×、÷、%　、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

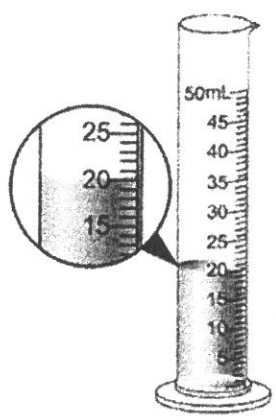
一、 A red-hot 2.00 Kg piece of iron at temperature T_1=880K is thrown into a huge lake whose temperature is T_2=280K. Assume the lake is so large that its temperature rise is insignificant. Determine the change in entropy (a) of the iron and (b) of the surrounding environment in the lake. The specific heat of iron is 450 J/Kg・K. (10%)

二、 An electric charge $\boldsymbol{Q}$ is distributed uniformly throughout a nonconducting sphere of $\boldsymbol{R_0}$. Determine the electric field (a) outside the sphere ($\boldsymbol{R} > \boldsymbol{R_0}$) and (b) inside the sphere ($\mathbf{R} < \boldsymbol{R_0}$). (20%)

三、 String is wrapped around a uniform solid cylinder (like a yo-yo ball) of mass $\boldsymbol{M}$ and radius $\boldsymbol{R}$, and the cylinder starts falling from rest. As the cylinder falls, find (a) its acceleration and (b) the tension in the string. (20%)

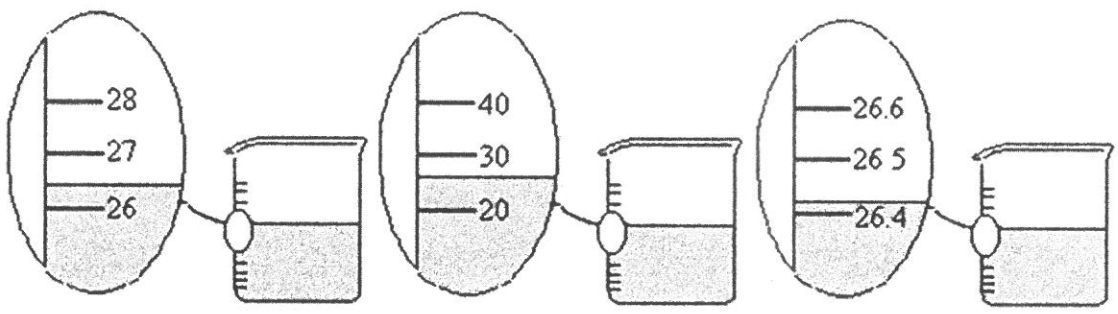
四、 (10%)

(a)What should you record the volume with the correct significant figures in the containers shown below during the experimental measurement in the lab? (4%)



（接下頁）

(b) Suppose you pour the water from these beakers into one container. What would be the volume (mL) with the correct significant figures in the container? (6%)



五、 (25%)For a chemical process, consider the relationship between its free energy (ΔG) and the value of the reaction of quotient Q is $\Delta G = \Delta G^0 + RT\ln Q$, where T is the temperature (K), R is the gas law constant and is equal to 8.3145 J/K • mol, and the value of ΔG^0 can be calculated from $\Delta G^0 = \Delta H^0 - T\Delta S^0$, where the ΔH^0 and ΔS^0 are enthalpy and entropy of this chemical process at standard condition, and assume that both ΔH^0 and ΔS^0 are independent of temperature over the temperature range considered.

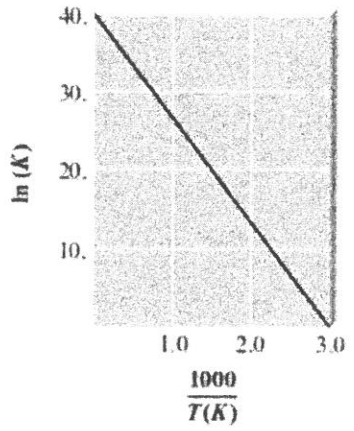
(a)Write a chemical reaction to present the corrosion of iron by oxygen. (5%)

(b)Using the following data, calculate the equilibrium constant for the corrosion of iron at 25°C. (8%)

Substance	ΔH_f^0 (kJ/mol)	ΔS^0 (J/K • mol)
$Fe_2O_3(s)$	-826.0	90.0
$Fe(s)$	0.0	27.0
$O_2(g)$	0.0	205.0

（接下頁）

(c)Given the equilibrium constant for some hypothetical process was determined as a function of temperature (K) with the results plotted below.



From the plot, determine the values of ΔH^0 and ΔS^0 for this process. Is it endothermic process or exothermic process? (12%)

六、 Using molecular orbital energy-level diagram to illustrate the arrangement of electrons for NO and CO, calculate their bond orders, and compare their bond length and magnetic properties. (15%)

教育部 113 年公費留學考試試題 115

科目：工程數學 （全一頁）

※可使用工程計算機(限僅具備＋、－、×、÷、% 、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分標準相同。

一、 Find the general solution of the following ordinary differential equation. (15 分)

$x^3y''' + 2x^2y'' - 9xy' + 9y = x^{-2}$; $y(x)= ?$

二、 Find the solution of the following ordinary differential equation. (15 分)

$ty'' +(1-t)y' + 3y = 0$; $y(t)= ?$

三、 Please solve the partial differential equation $\frac{\partial C_o(x,t)}{\partial t} = D_o \frac{\partial^2 C_o(x,t)}{\partial x^2}$ for the unsteady one-dimensional diffusion-controlled mass transfer process with the given semi-infinite boundary conditions ($C_o= 0$ at $x=0$ and $C_o=C_o^*$ at $x \rightarrow \infty$) and initial condition ($C_o=C_o^*$ at $t= 0$). (25 分)

四、 Find the solution of the system of linear ordinary differential equations. (15 分)

$y_1' = y_1 + e^{2t} - 4t$

$y_2' = 2y_1 - y_2 + 2 + t$

$y_1(0) = -1,\ y_2(0) = -2$

五、 Find the similar matrix to matrix A and corresponding eigenvalue and eigenvector. (15 分)

$$A=\begin{bmatrix} 15 & 0 & 26 \\ 6 & 3 & 10 \\ -8 & 0 & -14 \end{bmatrix},\ P=\begin{bmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

六、 Find the general solution of the following second-order nonlinear ordinary differential equation. (15 分)

$yy'' = (y')^2$; $y(x)=?$

（試題隨試卷繳回）

教育部 113 年公費留學考試試題 116

科目：波浪力學 （全二頁，第一頁）

※可使用工程計算機(限僅具備＋、－、×、÷、% 、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

一、(總分 30 分)波浪力學以勢流理論(potential flow theory)為基礎；現在考慮一平面波 $\eta(x,t)$，其以下水體所具有的速度勢(velocity potential)和壓力場分別為 $\phi(x,y,t)$ 和 $p(x,y,t)$。上述中 x 為波浪行進方向， y 為波浪上下振盪方向($y=0$ 為靜水面)， t 為時間：

(一) 請以 Laplacian 運算子 ∇^2 寫出代表質量守恆的連續方程式。(5 分)

(二) 請以 ϕ 和 p 寫出代表動量守恆的 Bernoulli 方程式，其中包含 ρ (流體密度)和 g (重力加速度)。(5 分)

(三) 自由液面(free surface)的運動邊界條件(kinematic boundary condition)為 $D/Dt\,(y-\eta)=0$ on $y=\eta$，其中 D/Dt 為物質時間導數(material time derivative)；請解釋其意義並將其展開成 ϕ 和 η 的偏微分方程式。(10 分)

(四) 請運用 Bernoulli 方程式及假設足夠遠處之水面為靜水面，寫出自由液面的動力邊界條件(dynamic boundary condition)。(10 分)

二、(總分 40 分)承上題，波浪力學的控制方程式及邊界條件組成一非線性系統，若使用微小振幅波(small amplitude wave)的假設則可線性化(linearize)此非線性系統。若波浪的振幅為 A，波數為 k，角頻率為 ω，水深為 h：

(一) 請列出上述非線性系統中的非線性項以及產生非線性效果之設定。(5 分)

(二) 請以數學形式描述微小振幅波假設。(5 分)

(三) 線性波理論中的「分散關係式」(dispersion relation)：$\omega^2=gk\tanh kh$ 請以深水波條件(deep water condition)推導出波的相速度 V_p (phase velocity or celerity)，並以此解釋為何上式被稱為「分散關係式」。(10 分)

(四) 請以淺水波條件(shallow water condition)推導出波的相速度 V_p，並說明此條件下波的分散現象為何。(10 分)

(五) 請大略描述線性波與非線性波(例如 Stokes wave)的形狀差異(可用繪圖的方式輔助說明)。(10 分)

（接下頁）

教育部 113 年公費留學考試試題　116

科目：波浪力學　　**（全二頁，第二頁）**

三、(總分 20 分)一座波浪斷面水槽長 10m，其中水深為 50cm；水槽前端設置有造波機，後端則安裝了壓力感測器(可偵測其附近因波浪所引發的水流擾動)。造波機以 0.73sec 的週期開始造波，試以線性波理論進行以下估算：

(一) 此問題的波浪是屬於淺水波還是深水波？(5 分)

(二) 請估算此波的相速度 V_p 和群速度 V_g (group velocity)。(10 分)

(三) 從水槽前端開始造波起計時，後端的壓力感測器需要多長時間才會偵測到水流的擾動？(5 分)

四、試繪出並簡要說明：分別在淺水波、深水波，以及介於兩者之間的中等深度波之條件下，水粒子的運動軌跡特性並沿著深度方向的變化。(10 分)

（試題隨試卷繳回）

教育部 113 年公費留學考試試題 117

科目：結構學 （全三頁，第一頁）

※可使用工程計算機(限僅具備＋、－、×、÷、% 、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

一、 請求圖 1 所示之桁架中，最大的桿件拉力與桿件壓力。(20 分)

二、 (總分 30 分)圖 2 中受連續載重之梁的楊氏模數為 E、截面積為 A、截面慣性矩為 I。

(1) 請列出此梁之邊界條件。(10 分)

(2) 請求出此梁之垂直變位（deflection）函數。(10 分)

(3) 請求出此梁最大剪力發生之位置 x 及最大剪力之值。(10 分)

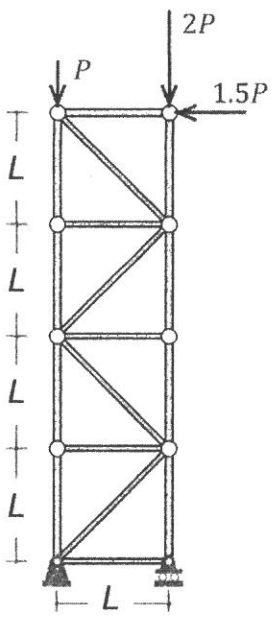


圖 1

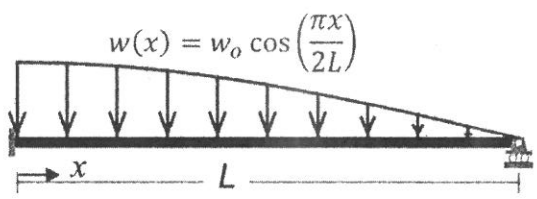


圖 2

（接下頁）

科目：結構學 （全三頁，第二頁）

三、 圖 3 中 L 型結構之楊氏模數為 E、截面積為 A、截面慣性矩為 I。其 ab 段長度為 $2L$、bc 段長度為 L。請求出 c 點因載重 P 所產生之垂直與旋轉變位。(20 分)

四、 如圖 4 所示，懸臂梁 CB 受軸力螺桿 DB 支撐於 B 點。此懸臂梁之楊氏模數為 E、截面積為 A、截面慣性矩為 I、長度為 L。若軸力螺桿 DB 在xy座標軸系統下之勁度矩陣可表示為：

$$\mathbf{K}^{\text{bar}} = \begin{bmatrix} k_1 & & & \\ k_2 & k_5 & sym. & \\ k_3 & k_6 & k_8 & \\ k_4 & k_7 & k_9 & k_{10} \end{bmatrix}。$$

請寫出此結構系統對應於自由度 u_{Bx}、u_{By} 和 θ_{Bz} 之勁度矩陣 $\mathbf{K}_{\text{ff}}$。(20 分)

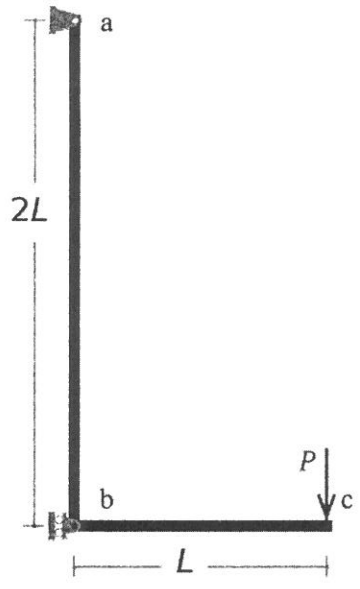


圖 3

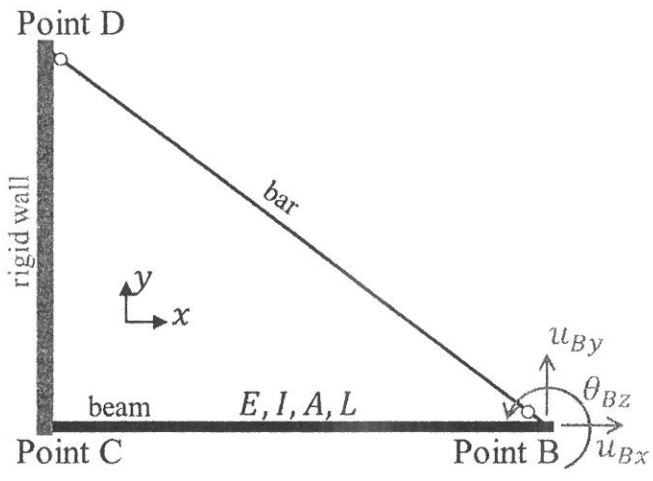


圖 4

（接下頁）

科目：結構學 （全三頁，第三頁）

五、 圖 5 所示之軸力桿件之楊氏模數為 E、長度為 L。此桿件中段之截面積為$2A$、兩端之截面積為 A。α為大於 0、小於 0.5 的常數。請推導此桿件對應於位移 u_i 和 u_j 之勁度矩陣 $\mathbf{K}^e$。(10 分)

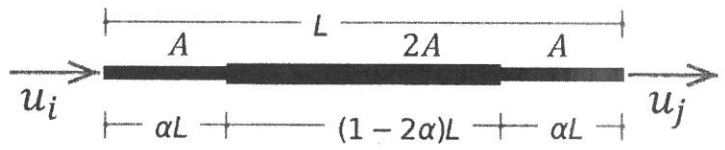
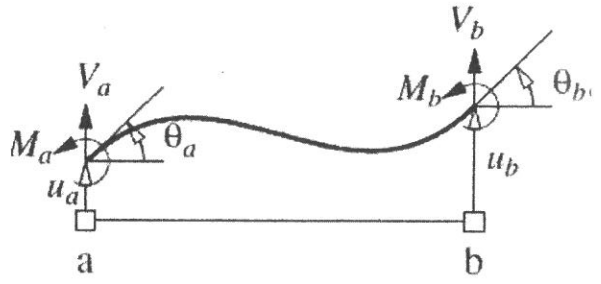


圖 5

參考資料（可直接用於本試卷之作答）：



$$\begin{bmatrix} V_a \\ M_a \\ V_b \\ M_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ \theta_a \\ u_b \\ \theta_b \end{bmatrix}$$

（試題隨試卷繳回）

科目：材料力學 （全二頁，第一頁）

※可使用工程計算機(限僅具備＋、－、×、÷、% 、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

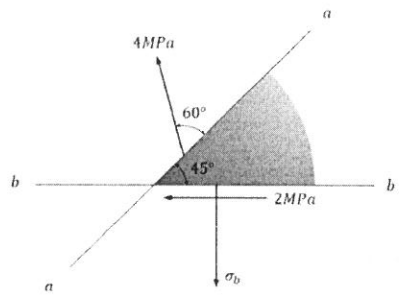
一、 (總分 20 分)

(一)何謂張量？(4 分)

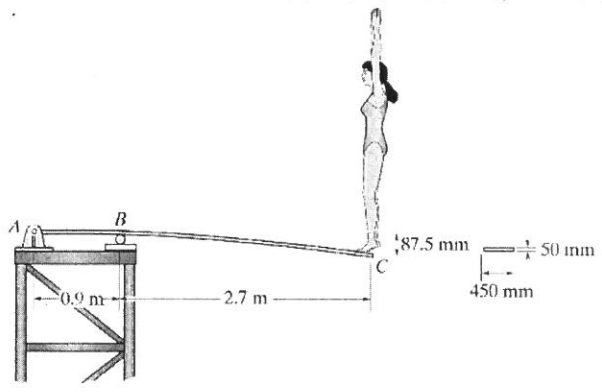
(二)張量的階數怎麼看？(4 分)

(三)材力中哪些物理量是二階張量？請舉三個。(12 分)

二、 點應力狀態(stress state)：如圖所示之點的兩個平面上。試由莫耳圓求正應力 σ_b 及此點的最大與最小主應力。(20 分) (應力正負號請由張量定義)



三、 當一跳水者站在跳水板末端 C 點處，其向下撓度為 87.5 mm，試求跳水者的體重、板由彈性模板 $E = 10$ GPa 的材料製成。(20 分)

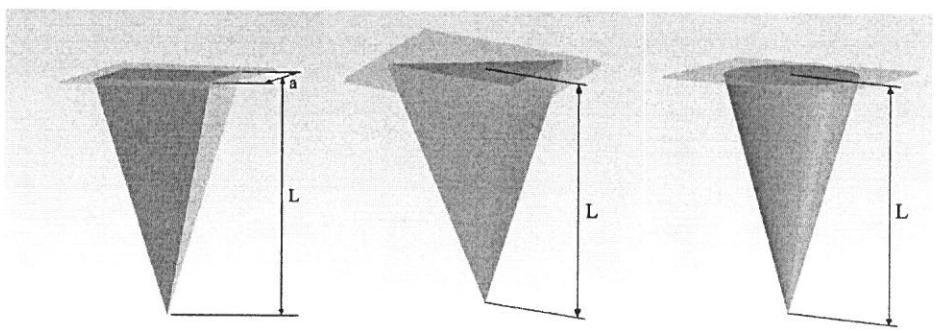


（接下頁）

教育部113年公費留學考試試題 119

科目：材料力學 （全二頁，第二頁）

四、(總分20分)考慮下列三種不同底面形狀的實心錐體，假設三個錐體的材料皆相同、高皆為L、底面積皆為A、重力場為g，材料楊氏模數為E，

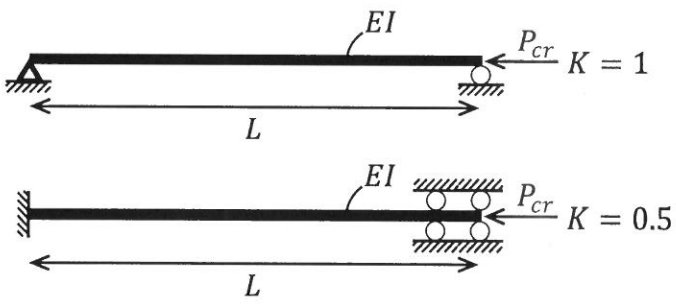


圖(i)正方底　　圖(ii)正三角底　　圖(iii)圓底

(一)哪個錐體的體積最大？為什麼？如何算？ (10分)

(二)哪個錐體末端位移最大？為什麼？如何算？(10分)

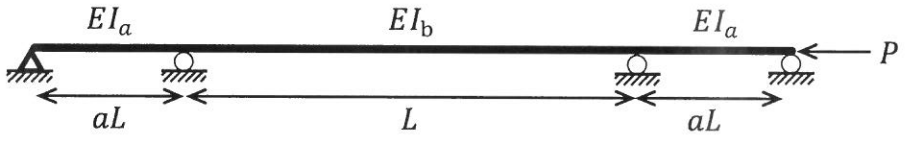
五、(總分20分)已知梁柱之挫屈軸壓$P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$，其中K為有效長度因子，與邊界條件有關。兩種常見之邊界條件如下。



如下圖示，考慮受軸壓之三跨連續梁柱結構，已知$EI_a = 4EI$且$EI_b = EI$。

(一)若$a = 2$，挫曲軸壓P_{cr}為何？(答案以EI及L表示) (10分)

(二)若$a = 0.0001$，請估算挫曲軸壓P_{cr}？(答案以EI及L表示) (10分)



（試題隨試卷繳回）

教育部 113 年公費留學考試試題 121

科目：控制學 （全二頁，第一頁）

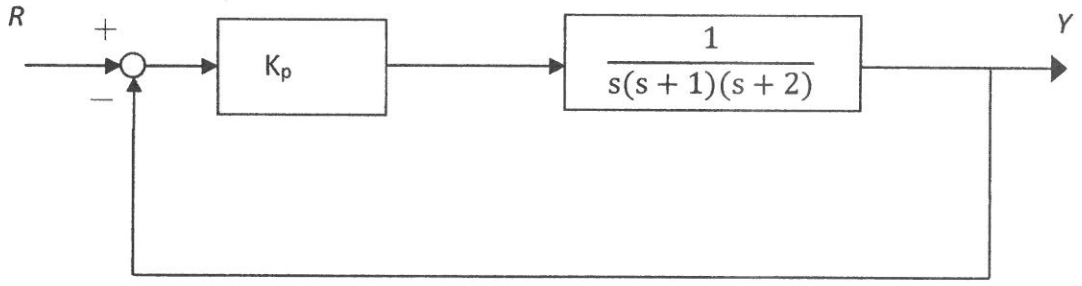
※可使用工程計算機(限僅具備＋、－、×、÷、% 、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能)

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

1. (25%) Find the response y(t) of a system with transfer function to a decaying exponential input $r(t) = e^{-t}$

$$G(s) = \frac{2(s+3)}{(s+2)(s+6)}$$

2. (25%) For the electromechanical servo modeled in following block diagram, find the limits on K_p for stability, find the unstable roots on the imaginary axis, and plot the unit step (r(t)=1) response when one root pairs are sitting on the imaginary axis.



3. (25%) Draw the asymptotes of the Bode diagram for a system having a transfer function of

$$G(s) = \frac{3.6}{s(s^2 + 40s + 36)}$$

（接下頁）

4. (25%) Make the root locus plot for the transfer function $G_c(s)\,G(s)$ when the motor position servo system G(s) was compensated by $G_c(s)$ with the gain of k_c. The root locus plot should include the root loci, the departure point away from the real axis, the asymptotic angles for the loci. Will this $G_c(s)$ be a Phase-Lead or Phase-lag compensator ? Why ?

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

$$G_c(s) = \frac{k_c(s+4)}{s+10}$$

教育部 113 年公費留學考試試題　123

科目：工程數學　　**（全二頁，第一頁）**

※可使用**工程**計算機（限僅具備＋、－、×、÷、%、√、MR、MC、M+、M-、三角函數、對數、指數運算功能）

※以中文或英文作答均可，評分基準相同。

一、 Find a family of curves which is the orthogonal trajectories of the curves : $x^2+(y-c)^2=c^2$, where c is an arbitrary constant. (10 分)

二、 (總分 20 分)

(a) Find the solution of the following wave equation. (15 分)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad -\infty<x<\infty,\quad 0<t<\infty,\quad ICs.\begin{cases}u(x,0)=f(x)\\ u_t(x,0)=g(x)\end{cases}$$

(b) If $f(x)=0, g(x)=x,\ 0\le x\le 1$, find the values of $u\left(-\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$. (5 分)

三、 Find a matrix $\mathbf{P}$ such that $\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{P}=\mathbf{D}_\lambda$, where $\mathbf{D}_\lambda$ is a diagonal matrix formed by the eigenvalues of $\mathbf{A}$. (20 分)

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}5 & 2 & 2\\ 2 & 5 & 2\\ 2 & 2 & 5\end{bmatrix}$$

四、 Expand $f(z)=\dfrac{1}{z(z-1)}$ in Laurent series, valid for $1<|z-2|<2$. (10 分)

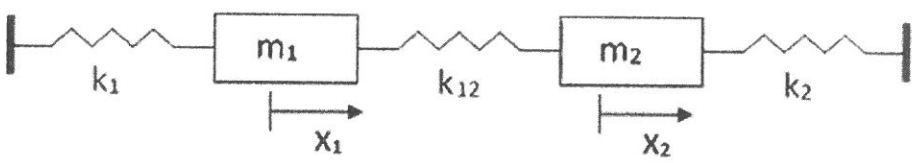
五、 Let λ be an eigenvalue of the Hermitian matrix U. Then prove that λ must be real. (10 分)

六、 Find the Fourier series expansion of the function $f(x)=(1+2\sin 2x)^2$. (10 分)

（接下頁）

科目：工程數學 （全二頁，第二頁）

七、 Consider Mass-Spring system



If $m_1 = m_2 = k_1 = k_{12} = k_2 = 1$ and the initial conditions are

$x_1(0) = x_2(0) = 1, \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$, Find $x_1(t)$ and $x_2(t)$. (20 分)

（試題隨試卷繳回）

教育部 113 年公費留學考試試題 124

科目：生理學 （全一頁）

一、(總分 30 分) 請解釋下列名詞

(一) 靜止膜電位 (Resting membrane potential) (6 分)

(二) 微膠細胞 (Microglial cells) (6 分)

(三) 胰島素 (Insulin) (6 分)

(四) 潮氣容積 (Tidal volume) (6 分)

(五) 多重抗藥性運送子 (Multidrug resistance transporters, MDRs) (6 分)

二、何謂心律不整 (Cardiac arrhythmia)？其造成的原因為何？(15 分)

三、皮質醇 (Cortisol) 在哪裡分泌？其對身體的作用為何？(10 分)

四、(總分 15 分) 下列是微血管內皮細胞的活性物質，請說明其對血管的作用，包括作用機制。

(一) 一氧化氮 (NO) (5 分)

(二) 前列環素 (Prostacyclin, PGI_2) (5 分)

(三) 內皮素 (Endothelins) (5 分)

五、(總分 10 分) 影響血管生長的物質和癌症的轉移及其治療很有關連，列述身體內哪些物質會促進血管增生(5 分)，而哪些物質會抑制血管增生。(5 分)

六、請敘述甲狀腺素 (Thyroid hormone) 之生理作用。(10 分)

七、昇糖素 (Glucagon) 為胰臟 α 細胞所分泌，請敘述其生理作用。(10 分)

（試題隨試卷繳回）

教育部113年公費留學考試試題 125

科目：微積分 （全一頁）

一、(20 分)求以下極限值。

1. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x-\cos(x-1)}$ (10 分)

2. $\lim_{x\to\infty}(\frac{x}{x+1})^{\sqrt{x}}$ (10 分)

二、求方程式$x^3-3xy+y^3=0$的曲線上有垂直切線的點之座標。(15 分)

三、(20 分)求以下積分。

1. $\int_0^1\frac{1}{x^2+x+1}dx$ (10 分)

2. $\int_0^1\int_{3y}^3(e^{x^2}+1)dxdy$ (10 分)

四、假設 f,g 是兩個可微函數，而$h(x)=f(g(x))$。已知$g(1)=2, g'(1)=3, g''(1)=-1, f(2)=0, f'(2)=-1, f''(2)=-1$。求$h''(1)$的值。(10 分)

五、求函數$f(x,y,z)=x+2y+3z$在橢球面$x^2+y^2+2z^2=3$上的最大值及最小值。(15 分)

六、求函數$f(x)=\frac{1}{x^2+x+1}$在點 x=1 的泰勒展開式。(10 分)

七、小明用 3D 列印出一個由$z=x^2+y^2$和 z=30 圍起來的彈頭形零件（單位為公分），再用油漆上色。為了估計油漆的數量，請問此零件的表面積為何？(10 分)

（試題隨試卷繳回）