

# 102 年試辦國中教育會考數學科非選擇題樣卷說明

## 一、第 1 題試題內容、評分指引、樣卷說明

### < 試題內容 >

罐頭工廠生產了 400 個罐頭並排成一列，由左至右分別標記號碼 1~400。檢驗員從中抽出罐頭檢驗，首先抽出 5 號罐頭，之後向右走，並以某固定的間隔陸續抽出罐頭。若此檢驗員抽出 15 個罐頭後，無法再依此方式抽出第 16 個，則最後一個被抽出的罐頭號碼為何？請寫出所有可能的答案與計算過程。

< 評分指引 > 依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略找到所有可能的罐頭號碼(383 與 397)，並以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因。</li><li>2. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略求出公差的上界(28)，並以計算或說明的方式呈現公差的下界(27)，或是先求出公差的下界，並以計算或說明的方式呈現公差的上界，找出所有可能的罐頭號碼(383 與 397)。</li></ol>
2	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略，並以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因，但未求出罐頭號碼數或過程中出現計算錯誤。</li><li>2. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略，且正確找出間隔(27 與 28)或所有可能的罐頭號碼，但未以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因。</li><li>3. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略求出公差的上界，並以計算或說明的方式呈現公差的下界，或是先求出公差的下界，並以計算或說明的方式呈現公差的上界，但未求出罐頭號碼數或過程中出現計算錯誤。</li><li>4. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略，且正確找出公差(27 與 28)或所有可能的罐頭號碼，但未以計算或說明的方式呈現公差的下界(或上界)。</li></ol>
1	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略方向求解，即臆測可能的間隔代入檢驗是否 <math>a_{15} \leq 400</math> 且 <math>a_{16} &gt; 400</math>，但間隔(公差)、首項、項數數值選擇錯誤或忽略未考慮。</li><li>2. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略方向求解，即臆測可能的間隔代入檢驗是否 <math>a_{15} \leq 400</math> 且 <math>a_{16} &gt; 400</math>，但間隔只考慮上界或下界之一。</li><li>3. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略的方向求解，即列</li></ol>

	<p>出恰當的等差數列公式及不等式的關係式，但公差的上界或下界、首項、項數數值選擇錯誤或忽略未考慮或公式引用錯誤。</p> <p>4. 使用「解等差數列第 <math>n</math> 項不等式」的策略的方向求解，即列出恰當的等差數列公式及不等式的關係式(含只求出公差的上界或下界之一)。</p>
0	<p>1. 將題目的數值作一些計算，但策略錯誤或模糊。</p> <p>2. 只寫出與解題過程無關的內容。</p> <p>3. 沒有計算過程只寫出答案。</p>

<樣卷說明>

**3分樣卷一：**

$$\begin{array}{l}
 5 + 26 \times 14 = 369 \\
 369 + 26 < 400 \Rightarrow (X) \\
 \hline
 5 + 27 \times 14 = 383 \\
 383 + 27 > 400 \Rightarrow (0) \\
 \hline
 5 + 28 \times 14 = 397 \\
 397 + 28 > 400 \Rightarrow (0) \\
 \hline
 5 + 29 \times 14 = 411 \\
 411 + 29 > 400 \Rightarrow (X) \\
 \\
 \therefore \boxed{383 \text{ or } 397}
 \end{array}$$

**說明：**臆測可能間隔代入檢驗，找出所有可能的罐頭號碼 383、397；並以計算方式呈現間隔不可能為 26 與 29 的原因。

**3分樣卷二：**

$$5 + 14d \leq 400$$

$$14d \leq 395$$

$$d \leq 28 \frac{3}{14}$$

$$d = 28$$

$$5 + 14 \times 28 = 397$$

$$5 + 14 \times 27 = 383$$

$$5 + 14 \times 26 = 369 \text{ 不合 } \therefore 369 + 26 = 395$$

↓  
第16項

$$A = 397, 383$$

**說明：**利用等差數列公式及不等式求出公差的上界為 28，且以計算方式說明公差的下界為 27，並找出所有可能的罐頭號碼為 383、397。

**2 分樣卷一：**

設固定的間隔為  $x$

$$5 + 14x < 400$$

$$14x < 395$$

$$x < 28.21\dots$$

$x$  最大為 28

$$5 + 15x > 400$$

$$15x > 395$$

$$x > 26.333\dots \quad 5+$$

$x$  最小為 27

$$\underline{A: 392, 378 \text{ 號}}$$

說明：利用等差數列公式及不等式求出公差的上下界，但求罐頭號碼時出現漏加 5 之計算錯誤。

**2 分樣卷二：**

設5號罐頭為首項  $a_1$  公差為  $d$

第15個罐頭為  $a_1 + 14d$ .

$$(400-5) \div 14 = 28 \dots 3$$

①  $a_1 = 5$

$d = 28$  時,

$$\begin{aligned} a_{15} &= 5 + 14 \times 28 \\ &= 397 \# \end{aligned}$$

②  $a_1 = 5$

$d = 27$  時,

$$\begin{aligned} a_{15} &= 5 + 14 \times 27 \\ &= 383 \# \end{aligned}$$

A: 397 號  
383 號

說明：臆測可能間隔代入檢驗，且正確找出所有可能的罐頭號碼為 383、397。  
但未說明間隔不可能為 26 的原因，表達不夠完整。

**1 分樣卷一：**

$$15 - 1 = 14$$

400 個罐頭扣掉前 5 個

$$400 - 5 = 395$$

$$395 \div 14 = 28 \dots 3$$

每 28 個抽一罐

最後一罐的後面剩 3 罐

$$400 - 3 = 397$$

A = 397 號

**說明：**能臆測可能間隔代入檢驗第 15 個罐頭號碼是否小於 400 (且該號碼與 400 的間距小於抽選間隔，即第 16 個罐頭號碼大於 400)；但間隔只考慮上界 28。

**1 分樣卷二：**

$$a_1=5. \quad n=15$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \leq 400$$

$$\Rightarrow 5 + (15-1) \times d \leq 400$$

$$5 + 14d \leq 400$$

$$14d \leq 395, \quad d \leq 28.$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

$$= 5 + (15-1) \times 28$$

$$= 397$$

$$A: 397.$$

說明：能列出恰當的等差數列公式及不等式的關係式，但只求出公差之上界。

**0分樣卷一：**

□ □ □ □ (5) --- (10) ---

每距離4個抽出一個罐頭

∴ 被抽出的罐頭為5的倍數

5的倍數: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

40, 45, 50, 55, 60, 65, 70

75, ...

5的第15個倍數為75

↳ 所以最後一個被抽出的  
號碼為75<sub>x</sub>

說明：直接以 5 為公差代入求出第 15 個罐頭可能的號碼，策略錯誤。

**0 分樣卷二：**

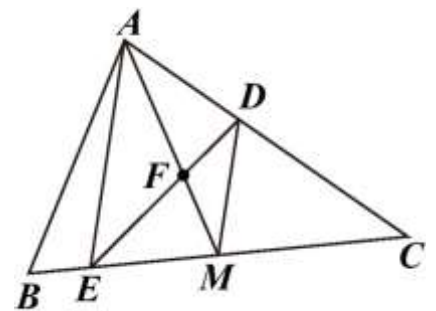
$$\begin{aligned}
 400 \div 5 &= 20 \\
 a_1 &= 5 \\
 S_n &= \frac{a_1 + a_n + (n-1)d}{2} \\
 400 &= \frac{2 \cdot 5 + (n-1)5}{2} \\
 800 &= 10 + 5n - 5 \\
 805 &= 5n \\
 161 &= n \\
 \text{Ans: } &161 \text{ 號}
 \end{aligned}$$

說明：使用等差級數公式，列出不恰當的關係式，策略錯誤。

## 二、第 2 題試題內容、評分指引、樣卷說明

< 試題內容 >

如圖(十三)， $\triangle ABC$  中， $M$  為  $\overline{BC}$  中點， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  上，且  $\overline{AE} \parallel \overline{DM}$ ， $\overline{AM}$  與  $\overline{DE}$  相交於  $F$  點。請說明為何  $\triangle CDE$  面積為  $\triangle ABC$  面積的一半。



圖(十三)



< 評分指引 > 依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 以面積替換的策略正確推論出結論，推論中需包含所有重要步驟與理由。</li> <li>2. 以線段比例的策略正確推論出結論，推論中需包含所有重要步驟與理由。</li> </ol>
2	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 以面積替換的策略正確推論出結論，推論中僅缺少某一個重要步驟或需說明的理由。(例如：呈現<math>\triangle AFD = \triangle EFM</math>，但缺少理由，視為缺少此重要步驟之理由。)</li> <li>2. 以線段比例的策略正確推論出結論，推論中僅缺少某一個重要步驟或需說明的理由。</li> <li>3. 以恰當策略推論出結論，包含所有重要步驟(含理由)，但缺乏部分步驟間的合理性。</li> </ol>
1	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 以面積替換策略推論，不只缺少一個重要步驟或需說明的理由，但有提到某一個重要步驟。</li> <li>2. 嘗試使用面積替換策略，但錯誤引用性質或定理。</li> <li>3. 以線段比例策略推論，不只缺少一個重要步驟或需說明的理由，但有提到某一個重要步驟。</li> <li>4. 嘗試使用線段比例策略，但錯誤引用性質或定理。</li> </ol>
0	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 將題目所提數學物件作一些計算或列一些關係式，但策略錯誤或模糊。</li> <li>2. 只寫出與解題過程無關的內容。</li> <li>3. 沒有計算或推理過程只寫出答案。</li> </ol>

< 樣卷說明 >

**3分樣卷一：**

①在 $\triangle ABC$ 中

$\because M$ 為 $\overline{BC}$ 中點

$\therefore \triangle ABM$ 面積 $=\triangle AMC$ 面積

②在 $\triangle AMC$ 和 $\triangle DEC$ 中

$\because \triangle ADF$ 面積 $=\triangle FEM$ 面積

(梯形 $ADME$ 面積相同)

$\therefore \triangle ADF + DFMC = \triangle FEM + DFMC$

$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle DEC$

又 $\because \triangle AMC = \frac{1}{2} \triangle ABC$

$\therefore \triangle CDE = \frac{1}{2} \triangle ABC$  #

說明：以面積替換的策略推論，過程中包含所有重要步驟且合理完整。

3分樣卷二：

$$\overline{CD} = \overline{CA} = \overline{Dh} : \overline{AH} = \overline{CM} = \overline{CE}$$

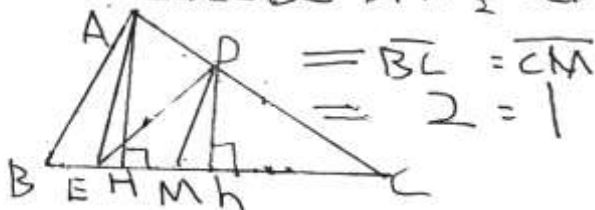
$$\overline{CE} = \frac{\overline{CM} \times \overline{AH}}{\overline{Dh}}$$

$$\triangle ABC = \overline{BC} \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$$

$$\triangle CDE = \overline{CE} \times \overline{Dh} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\overline{CM} \times \overline{AH}}{\overline{Dh}} \times \overline{Dh} \times \frac{1}{2}$$

$$\triangle ABC = \triangle CDE = \overline{BC} \times \overline{AH} \times \frac{1}{2} = \overline{CM} \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$$



說明：以線段比例的策略推論，過程中包含所有重要步驟且合理完整。

2分樣卷一：

$\because M$  為  $\overline{BC}$  中點， $\overline{BM} = \overline{CM}$ .  
 $\therefore \triangle ABM$  面積 =  $\triangle ACM$  面積 ( $h$  同)  
在梯形  $DMAE$  中， $\overline{DM} = \overline{DM}$   
 $\triangle EDM$  面積 =  $\triangle ADM$  面積 ( $h$  同)  
同時扣除  $\triangle FDM$   
 $\triangle ADF = \triangle EFM$   
所以  $\triangle CDE = \frac{1}{2} \triangle ABC$

說明：以面積替換的策略推論出結論，但推論中缺少  $\triangle CDE$  面積等於  $\triangle AMC$  或  $\frac{1}{2} \triangle ABC$  面積的推導步驟。

2分樣卷二：

$\therefore \overline{BM} = \overline{MC}$   
 $\therefore \triangle AMC$  面積為  $\triangle ABC$  的  $\frac{1}{2}$   
又  $\triangle FEM$  面積 =  $\triangle ADF$  面積  
 $\therefore \triangle DEC$  面積 =  $\triangle AMC$  面積  
即  $\triangle ABC$  面積的一半 \*

說明：以面積替換的策略推論出結論，但未說明  $\triangle FEM$  面積等於  $\triangle ADF$  面積的理由。

**1 分樣卷一：**

$\triangle ADF$  與  $\triangle FME$  面積同

而  $\triangle ABM$  和  $\triangle AMC$  同底等高  
同面積

故  $\triangle CDE$  為  $\triangle ABC$  的  $\frac{1}{4}$   
面積

**說明：**僅提到面積替換策略中的一個重要步驟(同底等高， $\triangle ABM$  面積等於  $\triangle AMC$  面積)；但  $\triangle ADF$  面積等於  $\triangle FME$  面積沒有說明理由。

**1 分樣卷二：**

$$\begin{aligned}
 &\because \overline{AE} \parallel \overline{DM} \therefore \overline{EM} = \overline{AD} \quad \overline{DE} = \overline{FM} \\
 &\quad \overline{AE} = \overline{FE} \\
 &\therefore \triangle ADE \cong \triangle EFM \text{ (SSS)} \\
 &\therefore \triangle ADE \cong \triangle EFM \\
 &\therefore \overline{EM} \text{ 為 } \overline{AD} \text{ 中點} \\
 &\therefore \triangle DEC = \triangle AMC \\
 &\quad \parallel \\
 &\quad \triangle ABC \text{ 的 } \frac{1}{2} \quad \times
 \end{aligned}$$

說明：有嘗試使用面積替換，但錯誤引用全等性質。

**0分樣卷一：**

∵ M 為  $\overline{BC}$  的中點

$$\Rightarrow \overline{BM} : \overline{MC} = 1 : 1$$

$$\Rightarrow \overline{BC} : \overline{MC} = 2 : 1$$

$$\triangle ABC : \triangle CDE = 2 : 1$$

∴  $\triangle CDE$  的面積為  $\triangle ABC$  的一半

說明：策略模糊，未含任何重要步驟。

**0 分樣卷二：**

- ①  $\angle E = \angle D$  (對頂角)
- ②  $\angle A = \angle M$  (對頂角)
- ③  $\because \overline{EF} = \overline{DF}, \overline{AF} = \overline{MF}$   
( $\therefore \overline{EA} = \overline{MD}$ )
- $\therefore \triangle CDE$  的面積為  $\triangle ABC$  的  
一半

**說明：**策略模糊，未含任何重要步驟。