

教育部中小學師資課程教學與評量協作中心

「數學領綱課程實施配套措施」議題小組第 1 次諮詢會議紀錄

會議時間	106 年 8 月 30 日（星期四）下午 2 時		
會議地點	協作中心會議室（臺北市中正區徐州路 21 號綜合大樓 3 樓）		
會議主持人	吳督學兼任執行秘書林輝	記錄	廖敏惠
出席人員	國立臺灣大學數學系張教授鎮華、中央數學輔導群召集人/國立臺灣師範大學數學系林教授福來、臺北城市科大商管學院楊院長瑞明、大學入學考試中心劉主任孟奇、舒處長琮慧、技專校院統一入學測驗中心葉組長瀨月、丁助理研究員境蔚、國立臺灣師範大學心測中心曾副主任芬蘭、高中數學學科中心曾主任政清、中央團數學領域小組侯組長雪卿、本部高教司賴專員冠璋、師資司游專員焜智、國教署國中小組林商借教師國松、協作中心規劃組李組長文富、余規劃委員霖、朱規劃委員元隆、周商借教師以蕙、廖商借教師敏惠		
請假人員	本部技職司、國教署高中職組		

壹、主席致詞：(略)

貳、業務報告：國家教育研究院課程及教學研究中心 106 年 7 月 24 日召開之「十二年國民基本教育領綱研修工作計畫」總計畫第 15 次聯席會議賡續辦理。(會議紀錄如附件一，p. 3)

參、討論提案：

案由一：全國性數學測驗評量攜帶計算機進入考場之可行性，提請討論。

說明：

(一) 數學研修小組已有與心測中心、大考中心分別討論全國性數學測驗評量攜帶計算機進入考場，其均表示有困難。惟希望能落實數學領綱精神，建議國教院及協作中心能協助向教育部說明，希望教育部、心測中心、大考中心能與研修小組共同討論對話，以尋求最合適之落實方式。(序號 22，請參見資料(p. 4~p. 5))

(二) 有關數學領綱研修小組召集人張教授鎮華補充意見，請參見資料(附件二，p. 7~p. 10)。

發言紀要：

一、張鎮華教授：

(一) 林福來等《數學領域綱要之前導研究》中八項建議之第二項「數的四則運算應該重視概念性理解。較大位數的運算，可以使用計算機來計算。」點出長久以來我國數學教育的一個基本問題。數學課程綱要研修小組參考此項建議研修數學課程綱要，期盼第一線的數學老

師們能夠協助執行此理念。

(二) 各升學考試應研議分兩卷評量之可行性(一卷不能用計算機、一卷可以使用計算機)。

二、林福來教授：

建請大考中心、心測中心等測驗單位以研究案形式實驗、研議數學科考試一卷可以使用計算機、一卷不能用計算機之可行性。

三、楊瑞明院長：

有關計算機之使用，應回歸學生的認知建購及生活應用，並配合教師教學理念及生活情境。

四、劉孟奇主任：

有關大型考試使用計算機一事，大考中心業已評估計算機使用方式、作法及衍生之問題，倘升學考試欲使用計算機，將規劃統一於考試時提供計算機，考畢不收回計算機的方式處理，爰建議教育部可考慮籌編考試用計算機之經費。

五、曾政清主任：

(一) 目前高中數學學科中心業依 12 年國教課綱於數學科設備基準草案中編列計算機之數量及規格。

(二) 建議編列預算讓學生考試時使用計算機，且應提供高中階段學生於課程上使用計算機，提升學生計算的信心，此外，高中職教師亦應有計算機為計算之輔助工具的認知。

(三) 為利學生考試時使用計算機，建請國中教育會考將數學計算題分開考試。

(四) 建請增強培訓高中教育階段教師研發數學素養之命題素材。

六、曾芬蘭副主任：

(一) 本中心前業已針對「國中教育會考數學科是否開放計算機使用」、數學科分卷考試進行評估，然會考屬高風險考試，且倘分卷考試將拉長考試時間，爰仍有許多待商確研議之處。

(二) 目前可以最快處理的方式是透過課室評量的機制，鼓勵教師教學運用計算機，改變課堂教學模式。

決議：

一、 新的數學領綱已將「培養學生正確使用工具」的素養納入修訂重點，強調在國、高中階段，教師應指導學生正確使用計算機以增進學習，這符應科技發展及數學教育潮流，惟目前受限於各項入學測驗未開放使用計算機，導致課綱難以落實。

二、 為落實數學領綱素養修訂重點，建議高教司、技職司及國教署研議改善各項入學測驗，優先將數學測驗開放使用計算機納入改進項目，並責成相關測驗單位就相關配套如是否增加非選擇題題型、是否分卷考

試等問題進行前導研究，俟相關規劃成熟可行，儘速付諸實施。

案由二：將數學補救教學納入正式課堂以即時進行補救教學之可行性，提請討論。

說明：

- (一) 數學研修小組建議將數學補救教學納入正式課堂，以能即時進行補救教學，惟目前研覆說明似未有清楚之回應。(序號 23，請參見資料(p. 5))
- (二) 有關數學領綱研修小組召集人張教授鎮華補充意見，請參見資料(附件二，p. 11)。另，請參閱中央研究院歐美研究所黃研究員敏雄「學生數學表現的城鄉差異」一文(附件四，p. 12~p. 41)。

發言紀要：

- 一、林福來教授：應以數學奠基教學方式，來取代目前補救教學模式。
- 二、楊瑞明院長：補救教學應聚焦在補救的有效教學，方有成效。
- 三、曾振清主任：目前任教補救教學課程者，大多為初任教師或代理教師，建議將補救教學納入教師每週授課時數，讓更多優秀教師投入補救教學，活絡國高中補救教學機制，提升補救教學課程品質。

決議：與會人員的建議，提供國教署作為推動補救教學之參考。

案由三：國小五、六年級由數學專業教師進行教學之可行性，提請討論。

說明：

- (一) 建議國小五、六年級由數學專業教師進行教學，由於現行國小的包班制，對於國小五、六年級數學教學之成效有所影響，期研議可行之解決方案。(序號 24，請參見資料(p. 5))
- (二) 有關數學領綱研修小組召集人張教授鎮華補充意見，請參見資料(附件二，p. 12)。另，請參閱中央研究院歐美研究所黃研究員敏雄「學生數學表現的城鄉差異」一文(附件四，p. 12~p. 41)。

發言紀要：

- 一、游焜智專員：目前國小師資培育部分，仍以包班制為主，未來將再佐以相關師資檢測來強化教師知能。
- 二、張鎮華教授：現行國小的包班制有其教學上的優點，但國小五、六年級數學因有其專業上的困難，應有特殊的考量，爰建請教育部開始思考國小高年級數學專業教師進行教學之可行性。
- 三、侯雪卿主任：國小五、六年級學生數學學習表現，與教師教學息息相關，爰建請研議以數學專任教師教授國小高年級數學。

決議：因國小五、六年級目前以包班方式進行教學，爰先以教師增能方式強化教師知能。為因應未來教學發展趨勢，將再研議師資調配等相關配套措施。

案由四：技專院校之統一入學測驗配套措施比照大考中心之可行性，提請討論。
說明：有關技專院校之統一入學測驗，為穩定教學及測驗品質，目前可能之
配套措施說明僅提及試題研發之相關經費補助，恐仍顯不足夠，建議
能比照大考中心。(序號 26，請參見資料(p. 6))
決議：請相關單位依部長 106 年 8 月 30 日「素養導向評量研發工作規劃專案
報告」會議裁示事項辦理。

肆、臨時動議：(無)。

伍、散會(下午 4 時 30 分)

【附件一】

國家教育研究院課程及教學研究中心
「十二年國民基本教育領綱研修工作計畫」
總計畫第15次聯席會議紀錄

僅摘要討論意見中「數學領綱配套」相關之內容

時間：106年7月24日(星期一)14時

地點：本院臺北院區11樓大禮堂

主席：本院洪儷瑜副院長

記錄：林沂昇專案助理

四、各領綱提出之相關配套：

- (一) 協作中心已彙整並請各系統提出研覆說明，如各研修小組對於說明內容有疑義，請研修小組提出，後續將由協作中心召集跨系統召開協調討論會議。協作中心所召開之會議具體結論，均會提到每個月召開之部次長主持的協作會議，由部次長做政策上之決定。
- (二) 數學領綱配套：
1. 序號22數學研修小組已有與心測中心、大考中心分別討論全國性數學測驗評量攜帶計算機進入考場，其均表示有困難，與目前研覆說明內容相同。惟希望能落實數學領綱精神，建議國教院及協作中心能協助向教育部說明，希望教育部、心測中心、大考中心能與研修小組共同討論對話，以尋求最合適之落實方式。
 2. 序號23數學研修小組建議將數學的補救教學納入正式課堂，以能即時進行補救教學，惟目前研覆說明似未有清楚之回應。
 3. 序號24建議國小五、六年級由數學專業教師進行教學，由於現行國小的包班制，對於國小五、六年級數學教學之成效有所影響，惟目前之研覆說明似未有回應如何解決此問題。
 4. 序號26有關技專院校之統一入學測驗，為穩定教學及測驗品質，目前研覆說明僅提到經費補助部份，仍顯不足夠，建議能比照大考中心。

【附件二】

十二年國民基本教育課程綱要研修小組建議教育主管單位實施配套事項彙整表(一般科目)
(僅摘要序號 26~29，與數學領域直接相關之建議內容)

序號	建議類別	建議內容	課綱類別	領域類別	主政單位	研覆說明
22	招生制度及入學考試	<p>教育部應協調相關單位於全國性數學科測驗評量中(例如：大考、會考或是統測)，准許學生攜帶標準型計算機進入考場，用以解題與作答。</p> <p>(說明：國際上許多類似考試，例如美國的 SAT、英國 7~9 年級會考，參考其網頁：http://www.mathsmadeeasy.co.uk/ks3mathspastpapers.htm)，均准許學生使用計算機協助作答。全國技術士技能檢定歷來也都准許使用計算機。)</p>	國中 小及 普高	數學	國教 署國 中小 組	<p>一、本案本署委請臺師大心測中心針對「國中教育會考數學科是否開放計算機使用」進行評估，並諮詢了專家學者的意見。於會考層面會產生的問題：</p> <p>(一)如開放計算機進入考場，則無法評量出部分學科考試內容方面：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 四則運算中的部分問題 2. 等差數列與等差級數類型的問題 3. 求二次方根近似值或根號的基本運算 4. 指數的基本運算 5. 應用乘法公式的問題 <p>(二)試務方面：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 目前考選部已有訂定「國家考試電子計算器規格標準」之規範，但考量由考生自備則監試委員檢查會需花費較多時間，恐影響考生作答；若統一由全國發放，則產生龐大預算。 2. 若比照英國會考的方式(將數學科進行分卷考試)，雖可排除學科考試內容無法評量的範圍，但相關是更會增加試務工作、監試委員責任更加重，而考試時間會變為 2 天(原 1 天半)因此增加學生應試負擔、連帶後續評閱作業等時程亦也會跟著延長。 <p>二、綜上，因應新課綱施行後，於會考數學科是否要加入計算機應試之部分，仍有許多待商確研議之處，且會考屬高風險考試，建議持循序漸進的改變，較符合社會大眾對政策推動的期待。</p>

序號	建議類別	建議內容	課綱類別	領域類別	主政單位	研覆說明
					高教司	國教院課綱研修小組數學領域代表張鎮華教授前於本部「國教課綱與考招連動工作小組」會議中與大考中心初步交換意見，大考中心亦表配合研議，後續將由數學領綱研修小組逕與大考中心討論相關細節。
					技職司	科技校院統一入學測驗係因應技專校院選才所需，是否攜帶標準型計算機進入考場，用以解題與作答，宜考量科目屬性與試卷試題安排。目前數學科已於試卷提供複雜之公式，避免考生記憶背誦，對於特定之數值也在試題題幹中提供。建議入學測驗宜慎重考量是否得以計算器應試。
23	補救教學	教育部應把數學科補救教學納入正式課堂。 (說明：數學是一門高度累積性、連續性的學問，前一階段的內容沒有充分理解，後續階段就很難接續學習。因此，當學生學習數學受挫時，應施行「立即補救教學」。可以考慮的方案是，將補救教學納入正式課堂。以德國為例，德國萊比錫 Wilhelm-Busch 的小學 (Grunschule) 1~4 年級課表：數學 (Ma) 每周 5 節課，德文 (D) 7 節課，數學或德文共用的補救教學 (Foe: Ma/D) 3 節課。)	國中小及普高	數學	國教署國中小組	為提供學生所需積極性的教育扶助資源，及早即時補救，弭平學力落差，各縣市得依本署補救教學作業要點規定，開設課中補救教學，並於 106 年起補助課中補救教學增置代理教師經費，提供立即補救教學資源，確保學生基本學力。
24	教師聘任	教育部應妥善規劃國小五、六年級的數學教學，由專業的數學老師來進行。 (說明：與小學數學老師座談收集到如下的意見：數學從國小五年級，開始進入一個困難的階段，需要有更專業的教師。但是，現在的專任數學教師，常常不願意接五、六年級這樣比較難教的課，這些課就常由代課老師擔任，學習成效可能打折扣。)	國中小及普高	數學	國教署國中小組	國小教師為級任包班制教學，每位正式教師即應為專業師資，本署及各地方政府亦鼓勵教師積極參加數學增能研習課程以符合現場專業需求。
25	招生制度及入學考試	技專院校測驗中心開放學生參加統一入學測驗時，使用丙檢所用之計算機。 (說明：技術型高級中等學校數學及專業類科以應	技高	數學	技職司	科技校院統一入學測驗係因應技專校院選才所需，是否攜帶標準型計算機進入考場，用以解題與作答，宜考量科目屬性與試卷試題安排。入學測驗基於測驗時間與試題難易度數量

序號	建議類別	建議內容	課綱類別	領域類別	主政單位	研覆說明
		用為主，鏈結生活情境、強調方法應用與問題解決，是以應著重於學生概念的理解而非計算之熟練，且應呈現真實生活情境的狀態與數字，故建議開放使用計算機。再者，考試引導教學仍是現況，要實踐數學核心素養的目的，讓老師與學生願意將數學應用於生活情境，開放學生參加考試時使用計算機具有關鍵的導引作用。)				之安排，並未全然都有複雜之計算，目前數學科已於試卷提供複雜之公式，避免考生記憶背誦，專業科目中，對於特定之數值也在試題題幹中提供。建議入學測驗宜慎重考量是否得以計算器應試。
26	招生制度及入學考試	比照大考中心，編列技專院校測驗中心預算，穩定統一入學測驗品質。 (說明：考試引導教學仍是現況，要實踐課綱精神，高品質的測驗有決定性的導引作用。現階段技專院校測驗中心為任務編組，且承接 15 個群科龐大的測驗，其測驗品質常遭人詬病。)	技高	數學	技職司	業已進行試題研發經費補助，由於考科數眾多，將優先建置共同科目題庫提升命題品質。

【附件三】

「數學領綱課程實施配套措施」諮詢會議 數學課程綱要研修小組召集人張鎮華意見

案由一：全國性數學測驗評量攜帶計算機進入考場之可行性，提請討論。

說明：數學研修小組已有與心測中心、大考中心分別討論全國性數學測驗評量攜帶計算機進入考場，其均表示有困難。惟希望能落實數學領綱精神，建議國教院及協作中心能協助向教育部說明，希望教育部、心測中心、大考中心能與研修小組共同討論對話，以尋求最合適之落實方式。(序號 22，請參見資料(p. 4~p. 5))

張鎮華說
明：

民國 102 年 12 月林福來、單維彰、李源順、鄭章華完成《數學領域綱要之前導研究》，他們的八項建議中的第二項「數的四則運算應該重視概念性理解。較大位數的運算，可以使用計算機來計算。」點出了長久以來，我國數學教育的一個基本問題。數學課程綱要研修小組參考此項建議研修數學課程綱要，衷心的期盼第一線的數學老師們能夠協助執行此理念，而做為檢視教學成果的各種評量，也應該積極配合。

我國的數學教育中有許多人覺得，要學會各種複雜的計算才算會數學。學會各種計算並不是絕對困難的事，要問的是付出的代價是否值得。讓學生學習各種複雜計算，本意是希望他們變得更「聰明」；可是長期下來，資質好一點的學生是學會了，但是用掉太多時間，可能讓他們沒機會學習更重要的本領；資質差的學生可能因此痛苦萬分，視數學為畏途。

請看看酷微網這篇文章「英國研究所算不出 7×9 ，我為何笑不出來？」(<http://www.coowx.com/p/kevgfok.html>)，一位英國首相連 7×9 都算不出來，但是為何這位作者一點都笑不出來呢？我並不是說一定要讓學生不會九九乘法表，但是似乎沒有必要讓學生用紙筆計算 $(1000 - 1052)/1.08$ （這是某個 SAT 數學題目的數據）。我知道，用心的人可以把數據改為 $(1000-1051)/1.5$ ，這樣就可以算出 34，避開我的質問。可是，真實的世界中，數據都是不規則的，我們要培養學生面對真實生活、不是面對考試。


下面這個例子是美國數學課本的例子，他們在教導學生面對實際的自然數據（所以題目是 $w = 0.0167l^3$ ，而不是 $w = l^3/60$ 這種整齊的數據），並且在解出答案是某數的開三次方以後，要按計算機得到 22.9（所以答案是 $l = 22.9$ ，而不是 $l = 10\sqrt[3]{12}$ 這種方便大考中心設計選填題型式①② $\sqrt[3]{\text{③④}}$ 的答案），學生要真實感覺到魚的長度（22.9 公分大約是一個巴掌長）。另外一個例子，在生活上，我們會跟人家說，買了一間 43.57 坪的房子，但不會說，買了一間 $319\pi/23$ 坪的房子。

EXAMPLE 5 Use n th roots in problem solving

BIOLOGY A study determined that the weight w (in grams) of coral cod near Palawan Island, Philippines, can be approximated using the model

$$w = 0.0167l^3$$

where l is the coral cod's length (in centimeters). Estimate the length of a coral cod that weighs 200 grams.



Solution

$w = 0.0167l^3$	Write model for weight.
$200 = 0.0167l^3$	Substitute 200 for w .
$11,976 \approx l^3$	Divide each side by 0.0167.
$\sqrt[3]{11,976} \approx l$	Take cube root of each side.
$22.9 \approx l$	Use a calculator.

▶ A coral cod that weighs 200 grams is about 23 centimeters long.

網頁上可以尋得很多關於 SAT 的資料：在 SAT 數學測試部分可以使用多功能、科學、繪圖計算器，但是在其他的考試部分不能使用計算器。2016 年開始的新型 SAT 數學分兩部分（25 分鐘不可用計算機、55 分鐘可用計算機），網頁「[新 SAT / Redesigned SAT 考試內容與時程說明（附考題及解答） @ 申請 ...](#)」上可以查到一些資訊，包含八個考題範例檔。我就其中第八個檔案 sat-practice-test-8.pdf 的 Math Test –

Calculator (55 分鐘，四選一選擇題 30 題，計算題 8 題) 各個題目是否需使用計算機分析如下。

(1)需用計算機、除非計算能力超強：4, 9, 34, 35, 38；(2)不需用計算機、計算能力差的學生用計算機有幫忙：3, 5, 11, 15, 31, 37；(3)不需用計算機：1, 2, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 16~30, 32, 33, 36。

所以，需不需要使用計算機是學生的選擇，試題應配合教學理念，出自然的數據，不需要強行設計「計算機考題」。

另外，除了 SAT 可以使用計算機外，英國、加拿大、新加坡、香港（參見 <http://student.hk/site/?q=news/500/1117>）等國也用計算機。更進一步，世界上的考試機構（包括 PISA）在研發中的，已經不是使用計算機了，而是使用特定的 LAN (Local Area Network)，讓考生可以上網查詢資料，雖然是被限定在主考單位提供的資料庫範圍內，但也真的接近真實情境了。

有關考試單位擔心的作弊問題，既然各國都能克服，台灣理當沒問題。

我們呼籲 國中教育會考 應該 確實與升學分發脫鉤，嚴守設定的目標：

1. 可使每一位國三學生、教師、學校、家長、主管機關瞭解學生學習品質，並為下一學習階段（高中、高職或五專）作好必要的準備。
2. 國中可參酌國中教育會考評量結果，提供學生升學選擇之建議，輔導學生適性入學。
3. 可作為高中、高職及五專新生 學習輔導參據。

這樣才能真正和基測以入學分發為目的確實區隔：

1. 高中、高職及五專 多元入學管道的重要依據，主要為測量國三學生各學習領域的基本能力。
2. 測驗分數可作為申請入學、甄選入學或登記分發入學的依據。

我們舉一個外國的實例供大家參考。英國 KS3 會考適用於 7~9 年級，數學科分四等級，適用於不同程度的學生。每一等級都有兩卷，各考一小時。一卷不能使用計算機，另一卷可以使用計算機，其實大部份題目可以不必使用計算機。題目都是填充題，偶爾會要求簡單說明理由。參見網頁

<http://www.mathsmadeeasy.co.uk/ks3mathspastpapers.htm>。

建議國中會考數學科思考下面三個意見：

1. 分兩卷考試，一卷不能用計算機、一卷可以使用計算機。
2. 盡量避免採用選擇題。若使用選擇題應只考單一概念（參見 SAT）。

3. 非選題以簡答題為主。

最後，為利於大考使用計算機之執行，教育部可考慮編列考試用計算機之預算。此外，也建議自然科考題可使用計算機，以方便出自然數據的考題。

案由二：將數學補救教學納入正式課堂以即時進行補救教學之可行性，提請討論。

說明：數學研修小組建議將數學的補救教學納入正式課堂，以能即時進行補救教學，惟目前研覆說明似未有清楚之回應。(序號 23，請參見資料(p.4~p.5))

張鎮華說

明：

數學是一門高度累積性、連續性的學問，前一階段的內容沒有充分理解，後續階段就很難學習。因此，當學生學習數學受挫時，應施行「立即補救教學」。而且補救教學應該不分城鄉。黃敏雄的研究論文《學生數學表現的城鄉差距》顯示，世俗認知的「學習表現的城鄉差異」與事實不符，研究的結果顯示：(一)城與鄉在平均表現上雖有差異，但學習表現差異大多是發生在城或鄉之內，而不是在城與鄉之間。(二)鄉村地區的學習表現在懸殊程度上，與都市或城鎮沒有明顯區別。(三)約只有四分之一到三分之一的數學表現落後學生是來自鄉村或偏遠地區，其他落後學生都是來自都市或城鎮。(四)小學階段的城鄉學習差異，從 2003 到 2011 年，並沒有逐年擴大的趨勢。換句話說，學習成就落差是普遍現象，不是只有偏鄉地區。

現行的補救教學常以第八節或是暑假進行，成效不彰。補救教學要有成效，應該是即時發現、即時補救。可以考慮的方案是，將補救教學納入正式課堂。以德國為例，德國萊比錫 Wilhelm-Busch 的小學 (Grundschole) 1~4 年級課表：德文 (D) 每週 7 堂課，數學 (Ma) 每週 5 堂課，德文與數學共用之補救教學 (D/Ma) 每週 2 堂課，參見下面課表。

Stundenplan 2013 / 2014

Stunde	von	bis	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
1.	8:00		D	We/Ku	D	Ma	D
2.		9:30	D	We/Ku	D	Ma	D
3.	9:50	10:35	Ma	D	Sp	Su	Ma
4.	11:05	11:50	Sp	Mu	Fö D/Ma	Faustl.	Su/Sg
5.	12:00	12:45	Sp	Ma	Fö D/Ma		Eth
6.	12:50	13:35					

案由三：國小五、六年級由數學專業教師進行教學之可行性，提請討論。

說明：建議國小五、六年級由數學專業教師進行教學，由於現行國小的包班制，對於國小五、六年級數學教學之成效有所影響，期研議可行之解決方案。(序號 23，請參見資料(p.24))

張鎮華說
明：

數學課綱研修過程中，與小學數學老師座談收集到如下的意見：數學從國小五年級，開始進入一個困難的階段，需要有更專業的教師。

前述黃敏雄的研究顯示，四年級之後的班級內差異擴大是全面性的，主要的原因是五六年級的數學，已經不是包班制教師可以充分教學，容易出現不恰當教學。對於五六年級數學教學的這種特殊問題，專業化老師是需要的，這樣的考量在英文等特殊課程也應該考慮。